دانشگاه پیام نور

آشنايي با نرم افزارهای مفيد رياضی

دكتر عقيله حيدری

فصل اول: Mathematica

مقدمه

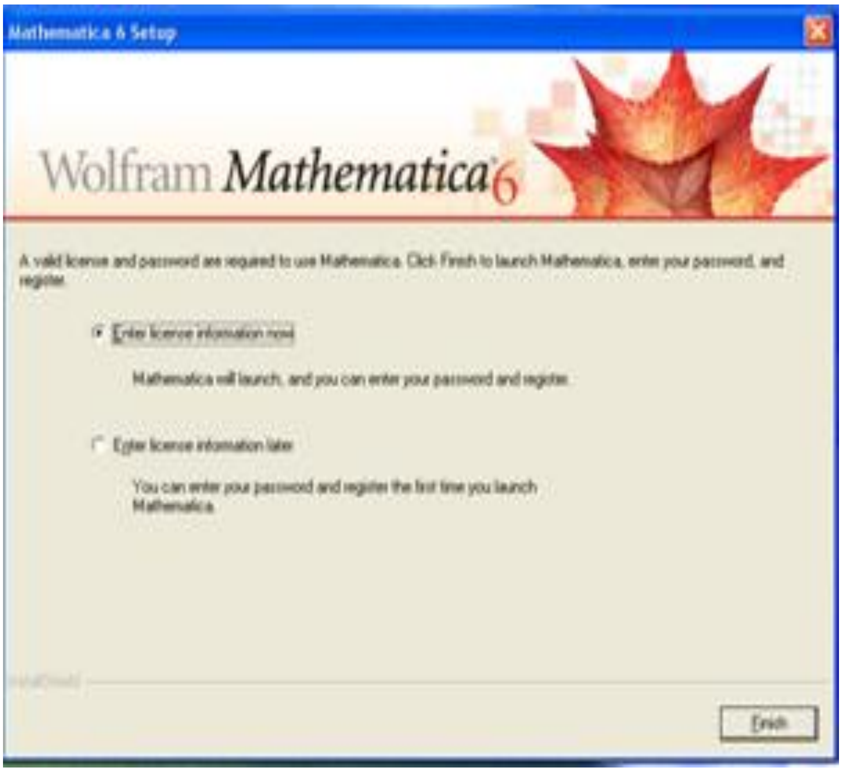
Mathematica به طور کلی یک م وتور محاسباتی عددی و نمادین ، سیستم گرافیکی ، زبان برنامه نویسی ، سیستم اسناد و یک اتصال پیشرفته به سایر نرم افزار ها قلمداد می شود.این وسعت توانایی Mathematica ، آن را به یک فروشگاه ثابت توانا تبدیل کرده است.

دامنه کاربرد ها :

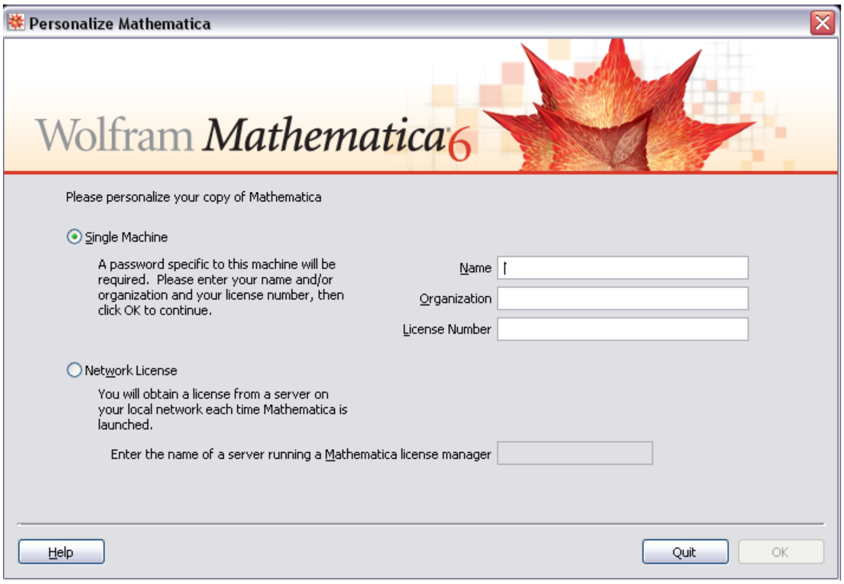
- انجام محاسبات اختصاری پیچیده که اغلب شامل میلیون ها عبارت می شود.
- انتقال داده ها به کامپیوتر و تحلیل آنها.
- حل نمودن معادلات ، معادلات دیفرانسیل و مسائل بهینه سازی به طورر عددی یا تحلیلی.
- مدل بندی عددی و شبیه سازی ، مسافت یابی از سیستم های کنترلی ساده برای برخورد های کهکشانی ، شاخه ها ی مالی ، سیستم های زیست شناسی پیچیده ، واکنش ها ی شیمیایی و میدان های مغناطیسی در شتاب های جزئی .
- آسان نمودن توسعه عملکرد سریع (RAD) برای شرکت ها ی مهندسی و بنگاههای مالی تولید کیفیت حرفه ای ،مقالات یا گزارشات تکنیکی موثر الکترونی و یا انتشار به صورت مطالب چاپ شده.
- دسته بندی اطلاعات تکنیکی-به عنوان مثال برای قوانین ایران.
- ارائه کردن سمینارها ونمایش های حرفهای.

۱-۱ نحوه نصب برنامه Mathematica

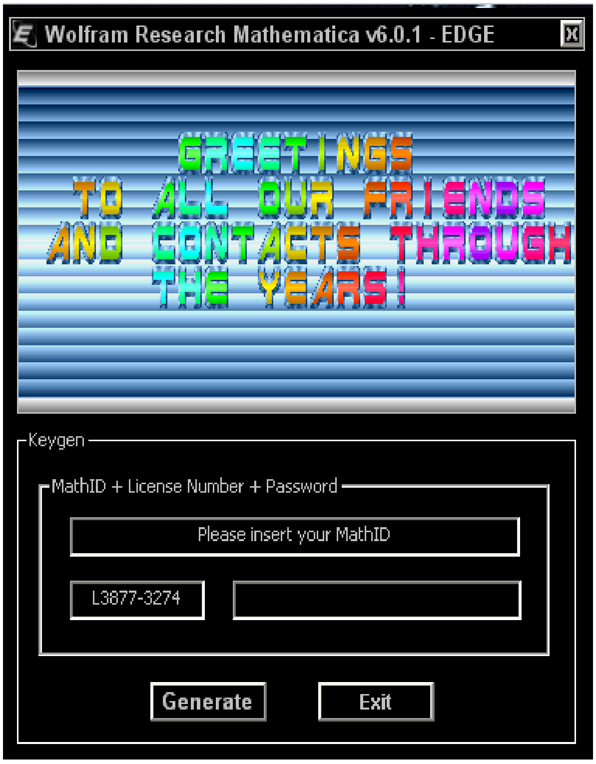
ابتدا بر روی فایل setup از پوشه Mathematica\windows کلیک می نماییم تا برنامه نصب شود.پس از انتخاب محل نصب گزینه Install را کلیک می کنیم ,تا برنامه کاملا نصب شود.پس از نصب کامل برنامه برای register نمودن نرم افزار همانگونه که در شکل مشخص است گزینه Enter licenseinformation now را انتخاب می کنیم.

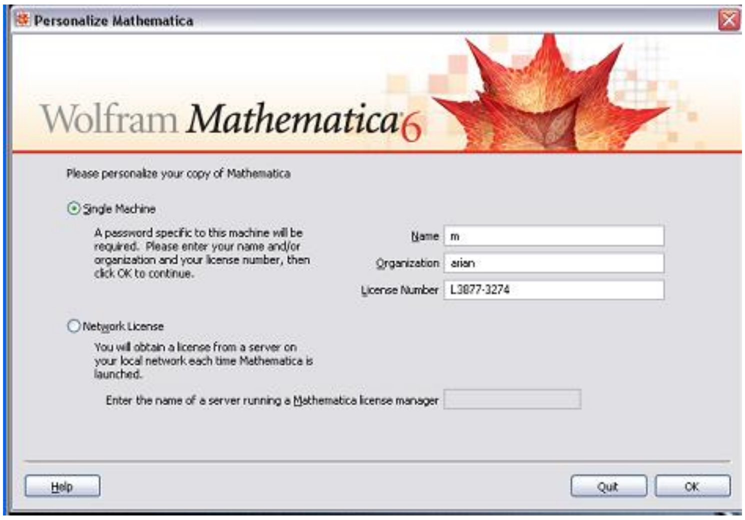


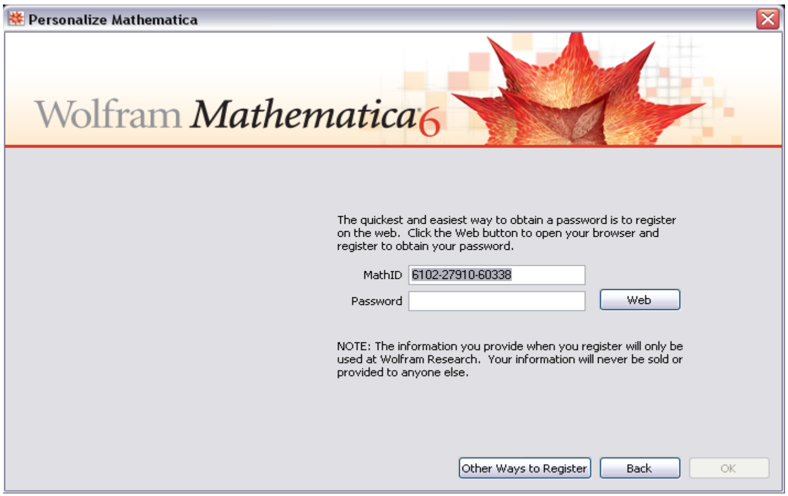
سپس پنجره ای مطابق شکل زیر ظاهر می گردد که می بایستی گزینه License number آن را از keygen برنامه استخراج نموده و در آن قسمت قرار دهیم.گزینه های Name و Organisationنیز بصورت دلخواه پر می شوند.

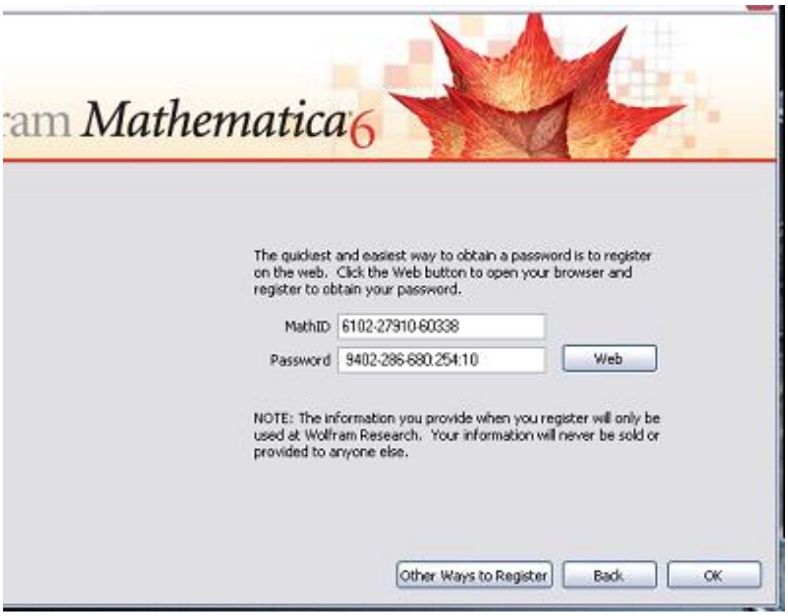


بعد از انجام این عمل بر روی ok کلیک کرده و پنجره ی بعدی به شکل زیر ظاهر می شود. با قرار دادن MathIDدر و انتخاب گزینه Generate پسورد توسط keyg keygen تولید شده را در پنجره بالا قرار می دهیم. حال پس از قرار دادن Password در بالا و کلیک نمودن ok برنامه registor شده و آماده استفاده می گردد.




Personalize Mathematica
Wolfram Mathematica 6
Please personalize your copy of Mathematica
Single Machine
A password specific to this machine will be required. Please enter your name and/or organization and your license number, then click OK to continue.
Name m
Organization arian
License Number L3877-3274
Network License
You will obtain a license from a server on your local network each time Mathematica is launched.
Enter the name of a server running a Mathematica license manager
Help
Quit
OK


Personalize Mathematica
Wolfram Mathematica 6
The quickest and easiest way to obtain a password is to register on the web. Click the Web button to open your browser and register to obtain your password.
MathID 6102-27910-60338
Password
Web
NOTE: The information you provide when you register will only be used at Wolfram Research. Your information will never be sold or provided to anyone else.
Other Ways to Register
Back
OK


ram Mathematica 6
The quickest and easiest way to obtain a password is to register on the web. Click the Web button to open your browser and register to obtain your password.
MathID 6102-27910-60338
Password 9402-286-680:254:10
Web
NOTE: The information you provide when you register will only be used at Wolfram Research. Your information will never be sold or provided to anyone else.
Other Ways to Register
Back
OK

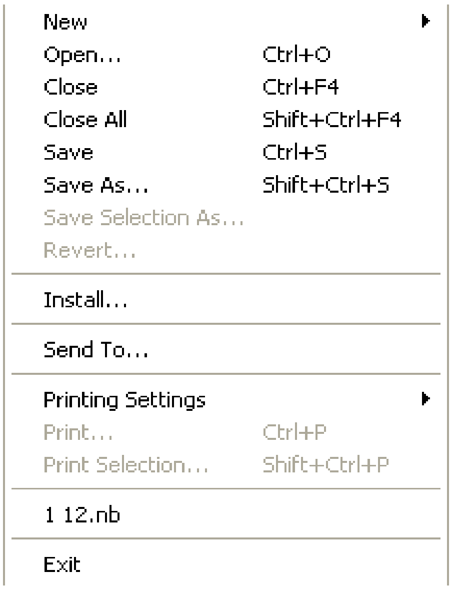
۱-۲ تعاریف منو ها

File

New: ایجاد یک یادداشت جدید،اسلاید شو یا یک فایل متنی.

Open: برای باز نمودن یادداشتها یا فایلهای دیگر.

Close: بستن یادداشتها.



Close All : برای بستن همه یادداشتهای باز شده.

Save: برای ذخیره نمودن یک یادداشت.

Save As: برای ذخیره نمودن یک یادداشت در مکان دلخواه با نام مورد نظر.

Save selection As: برای ذخیره کردن یک مجموعه در بسیاری از قالبهای ممکن...

Revent : برگرداندن یک یادداشت به آخرین نسخه ذخیره شده.

Install: نصب کردن یک بسته نرم افزاری متمتیکایا موارد دیگر.

Sent to: برای فرستادن یک یادداشت توسط Email .

Printing Setting: تنظیم نمودن تنظیمات چاپگر.

Print: چاپ کردن یادداشت.

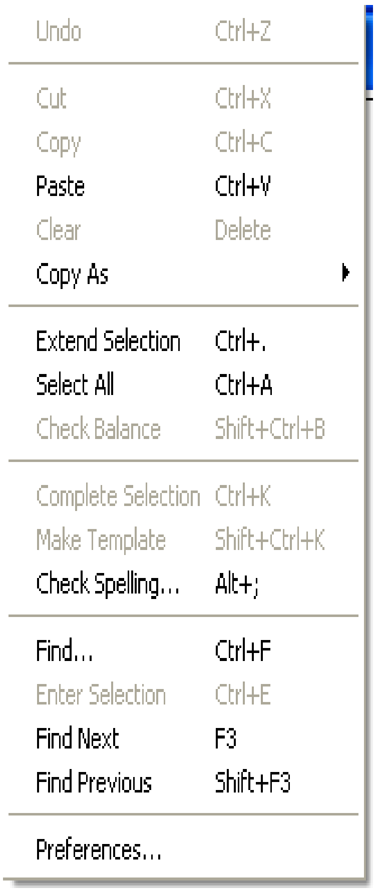
Print Selection: چاپ مجموعه ای ازعملیات انجام شده.

Exit : خارج شدن از برنامه.

Edit

undo : بر گرداندن عملیات انجام شده به قبل.

cut : (پاک کردن یک انتخاب و کپی کردن آن به یک کلیپ صفحه کار جدید).



copy : کپی انتخاب به صفحه کار بدون کار کردن.

Paste: جاگذاشتن محطویات صفحه کار .

Clear: پاک کردن مجموعه ای بدون کپی کردنان از تخته رسم.

Copy as: کپی کردن انتخاب در بسیاری از قالبهای ممکن.

Select all : انتخاب همه اجزای یک یادداشت .

CheckBalance توسعه دادن انتخاب به محدوده کاراکترهای مورد نظر.

Completeselection: کامل کردن یک مقدار از نوع فعالیت.

Checkspelling جستجو کردن کلمات و تصحیح کلمات کهاملای غلط دارند.

Find : یافتن موضوع در یادداشت.

Enter Selection : وارد نمودن انتخاب به جای متن جستجو شده.

Find Next. پیدا نمودن مورد دیگری از متن جستجو شده.

Find Previous پیدا نمودن مورد قبلی از متن مورد جستجو. :

preferencds تنظیم نمودن تقدم ترکیب و تنظیمات سیستم و غیره.

Insert

Input from Above : کپی کردن ورودی مورد نظر.

Output from Above کپی کردن خروجی مورد نظر.

Cell with same style: تولید کردن جزئی دیگر با قالب مشابه .

Special character : کارکترهای خاص .

color: باز کردن مجموعه رنگ های سیستم ....

Typesetting. عملیات حروف چینی رایج

Table/matrix : مرتبه دادن یک جدول یا ماتریس و اضافه کردن سطر یا ستون وetc .

Horisenal line: خطوط افقی.

Tile path : دادن مسیر کامل یک فایل.

Pictur*e*: قرار دادن یک تصویر از یک فایل یا یک تصویر خالی.

File : قرار دادن محتویات یک فایل.

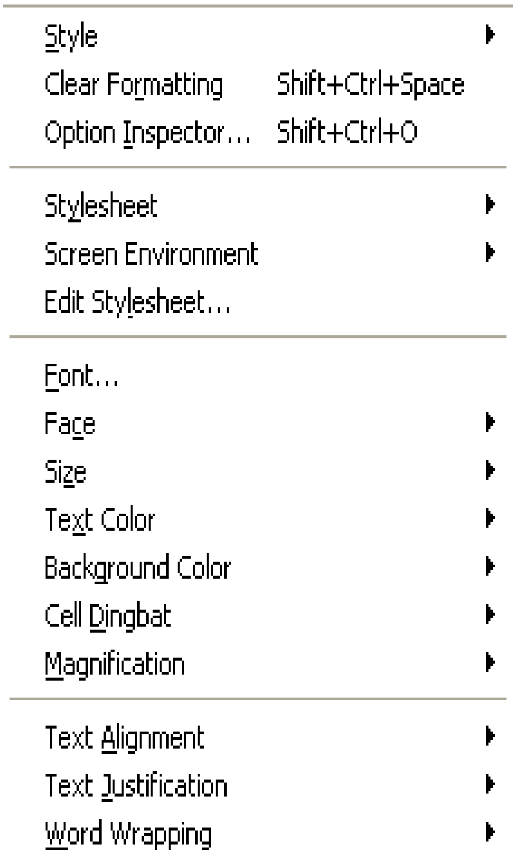
Object : قرار دادن یک موضوع ادغام شدنی .

Hyperlink : ایجاد یک متن پیوند داده شده به ادرس یک فایل.

Automatic Numbering : تنظیم و به کار انداختن شمارنده ها.

Page break : درج فرمان یک صفحه.

Format



Style :بر گذیدن یک شیوه رایج گزینش کلمات مرتبط.

Clear formatting :واضح کردن همه فرمتها از متن انتخاب شده.

Option Inspector : نصب کردن قالب بندی وانتخاب گزینه ها.

Screen Environment : بر گزیدن یک محیط برای دفتر چه یادداشت.

Edit Stylesheet : ویرایش کردن کامل .

Font : تغیرات نوع فونت حروف را میتوان قفل کرد.

Face : دستگاه تغیرات فونت به صورتهای

(ساده درشت مایل زیرحروف خط کشیدن).

Size : توسط آن سایز حروف انتخاب میشود.

Text Color : توسط آن رنگ حروف انتخاب میشود.

Background Color : تنظیم رنگ زمینه متن.

Cell Dingbat :نسبت دادن ارایشی بر روی خانه با تاکید.

Magnification : تغییرات بزرگنمایی از متن انتخاب شده.

Text Alignment: تنظیم متن از چپ یا مرکز یا راست …

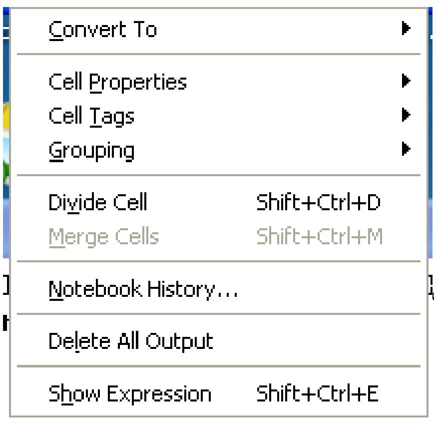
Text Justtification : کنترلهای حفاظتی پیچیده ومشکل از خانه ها.

Word Wrapping: باز کردن منوی فرعی از روشهای پیچیده کلی.

Cell

Convert To :تبدیل کردن فرم انتخاب شده به استاندارد یا غیره.

بازCell Properties : کردن یک منوی فرعی برای



انتخاب کردن وضامن مشخصات خانه.

Cell Tage: باز کردن یک منوی فرعی برای به

ویرایش کردن وجستجو کردن سلول.

Grouping: باز کردن منوی فرعی برای کنترل

وضامن سلولها برای باز کردن یا بستن سلول.

Divide Cell: انشعاب یک سلول در محل درج.

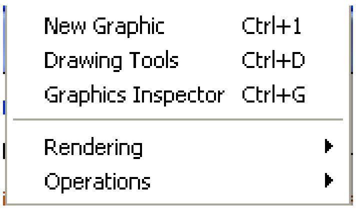
Merge Cell: ترکیب کردن سلول انتخاب شده با سلول دیگر.

Notebook History : خلاصه کردن تاریخچه ویرایش در دفترچه یادداشت.

Delete All Output: پاک کردن همه خروجی سلول دردفترچه یادداشت.

Show Expression: ضامن بین عبارات و نمایش دادن فرم سلول.

Graphics



New Graphic :خلق گرافیک جدید در محل درج.

Drawing Tools: باز کردن ابزار ترسیم جدول رنگ والگو.

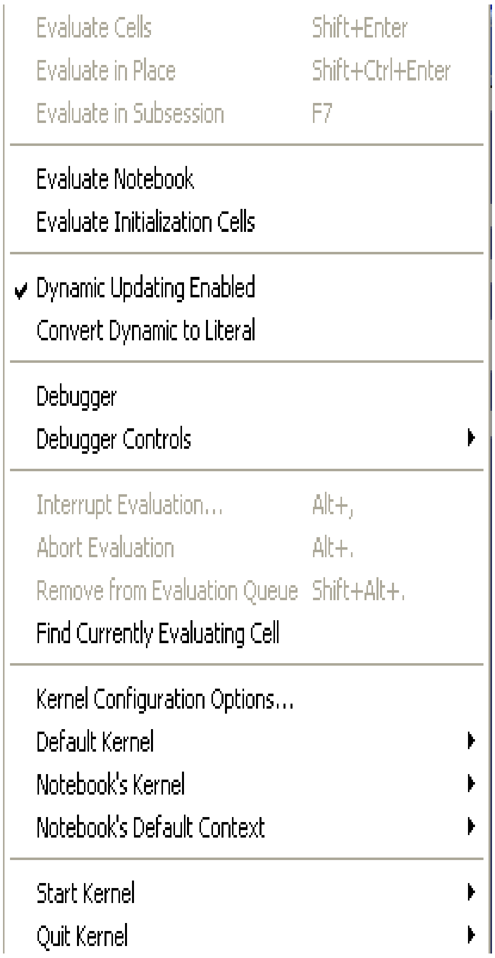
Graphics Inspector : باز کردن وکنترل برای تغییرات خواصی از گرافیک.

Rendering : باز کردن یک منوی فرعی برای کنترل عملییات ترجمه.

Operations: باز کردن یک منوی فرعی برای کنترل گروهبندی و جا دادن یک ترمینال کامپیوتر برای نمایش نقاشیها و تصاویر روی صفحه.

Evaluation

Evaluate Cell : کارزیابی کلمات مرتبط انتخاب شده.



Evaluate in Place : ارزیابی انتخاب شده در مکان.

Evaluate in Subsession : انتخاب ارزیابی کلمات مرتبط شده در شالوده اصلی دیالوگ.

Evaluate Notebook: ارزیابی همه فرمتهای انتخاب شده در دفتر چه یادداشت.

Evaluate Initialization Cells: ارزیابی همه فرمتهای اولیه سلول در دفترچه.

Dynamic Updating Enabled : تبدیل کردن خودکار (به صورت امروزی)موضوعات پویا.

Convert Dynamic to Literal: جا نشین کردن هر موضوع ایستای انتخاب شده با ارزش رایج وایستا.

Debugger : از کردن اشکال یابی جدول رنگ الگو.

Debugger Controls : باز کردن یک منوی فرعی جهت کنترل حفاظتی و اشکال یابی.

Interrupt Envaluation : منقطع کردن عملییات رایج جهت اجرا کردن شالوده.

Abort Envaluation : لغو کردن ارزیابی رایج.

Remove from Envaluation Queue : لغو کردن ارزش مشروط در سلول.

Find Currently Envaluation Cell : مرور کردن ارزش جاری در سلول.

Kernel Cofiguration Options : بازگشت به و اژه موضعی وکنترل از راه دور شالوده اصلی

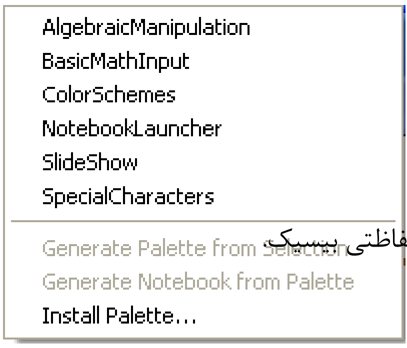
Default Kernel : نصب کردن شالوده اصلی پیش فرض برای همه محاسبات.

Notebooks Kernel : نصب شالوده اصلی برای دفترچه یادداشت.

Notebooks Default Context: نصب متون پیش فرض برای علائم ساخته شده اخیر.

Start Kernel : شروع کردن با شالوده اصلی مشخص شده.

Quit Kernel : تلاقی شدن با شالوده اصلی مشخص شده.



Palettes

AlgebraicManipulatio : دستکاری بیان جبری.

BasicMathInput: تعیین کننده ودرج کنترلهای حفاظتی بیسیک

Colorschemes : درج حروف چینی عملیات ریاضی.

NotebookLauncher : : ایجاد دفتر چه یادداشت خالی برای به کار بردن عملیات مختلف

SlideShow : خلق وایجاد پیکر بندی و نمایش اسلاید.

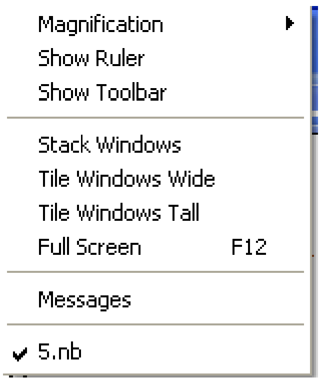
SpecialCharacters : دسترسی به کارکترهای خاص نرم افزار متمتیکا.

Generate Palette from Selection : خلق یک جدول رنگ والگو از سلول انتخاب شده یا دفترچه یادداشت.

Generate Notebook from Palette : تبدیل یک جدول رنگو الگو به یک دفترچه معمولی.

Install Palette : اضافه کردن یک جدول به منو فهرست جدول.

Window



Show Ruler : نشان دادن یک خط کش سرتاسری رایج بالای دفترچه یادداشت.

Show toolbar : نشان دادن ویرایش نوار ابزار در بالای دفترچه یادداشت.

Stack Windows: مرتب کردن پنجره در یک صفحه ی همپوشانی.

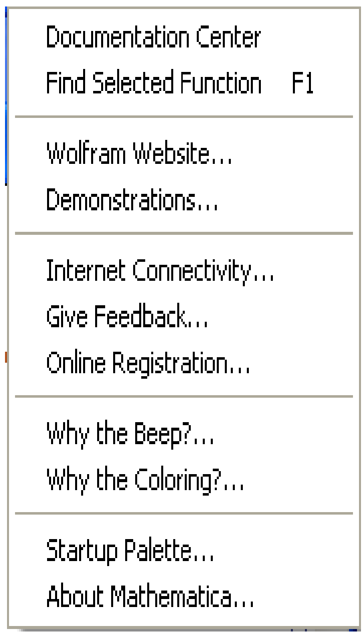
Tile Windows Wide: : مرتب کردن همه پنجره ها و مناسب بودن در صفحه یکی بالای دیگری.

Tile Windows Tall: مرتب کردن همه پنجره ها برای مناسب بودن در یک طرف صفحه.

Full Screen: تغییر وضع دادن همه صفحه ونمایش دادن برای دفترچه یادداشت رایج.

Messages: نشان دادن پیام دفتر چه یادداشت.

Help



Documentation Center : باز کردن سوابق کامل برنامه متمتیکا .

Find Celected Function[٭] : باز کردن مرجع کامل برنامه متمتیکا.

Wolfram Website :یافتن اطلاعات درباره توابع مورد نظر.

... Demonstrations :برنامه اصلی پژوهش اینترنتی

... Intemet Connectivity : باز کردن پروژه های اینترنتی برای اثبات برنامه وتست اتصال اینترنت و چک برای به روز اوری اسناد.

... Give Feedback :باز کردن باز یافت پژوهش برنامه در سایت.

...Online Registration :ثبت سایت اینترنتی نرم افزار متمتیکا

..?Why the Beep: پی بردن به اینکه چرا در پایان صدا تولید میشود

...?Why the Coloring : پی بردن درباره ترکیب رنگ امیزی

Startup Palette: باز کردن فرم شروع شونده جعبه رنگ و الگو که ظاهر میکند در هر زمانی متمتیکا را.

About Mathematica :باز کردن دفتر چه یادداشت که شامل اطلاعات در باره متمتیکا است.

۱-۳ نحوه اجرای نرم افزار

در سیستم عاملwindows نیز با فعال کردن فایل اجرایی نصب , نرم افزار روی درایو و شاخه مورد نظر نصب و آماده اجرا می شود. بعد از نصب با قرار دادن علامت mouse روی نشان math و کلیک کردن آن, نرم افزار در حافظه اصلی بار می شود, وارد محیط mathematica می شویم, با ثبت enterیک بلاک همراه با علامت | آماده قبول دستور می شود , یعنی به صورت:

بعد از ورود با ظاهر شدن علامت | دستور را وارد کنید, برای اجرا از Shift + Enter استفاده کنید, اگر دستورتان صحیح باشد دستور در یک بلاک زیر علامت In[۱]:= , جواب در یک بلاک

دیگر زیر علامت $out[۱]:=$ و در نهایت دو بلاک کلی دیگر قرار می گیرند. سپس با یک خط افقی از صفحه ی کل جدا می شود با ثبت Enter خط حذف و یک بلاک جدید ظاهر می شود همراه با علامت | برای قبول دستور جدید...

توجه : به جای Shift + Enter می توان از کلید ۵ و Ins قسمت راست صفحه کلید (در صورت خاموش بودن NumLock) استفاده نمود.

بار کردن بسته ها (Packages)

در Mathematica برای استفاده حجم کمتر حافظه اصلی دستوراتی که کمتر مورد استفاده قرار می گیرند, و بیشتر جنبه تخصصی دارند در بسته هایی با نام مشخص قرار می گیرند.

برای استفاده از دستورات این بسته ها ابتدا باید بسته مربوطه را در پوشه (folder)مشخص آن بار کنیم سپس مورد استفاده قرار دهیم, در غیر این صورت Mathematicaاین دستورات را نمی شناسد.

مثال۱-۱. حاصل ضرب خارجی دو بردار $v=(۱,۱,۰)$ و $w=(۰,-۱,۱)$را به دست می آوریم, چون حاصل ضرب خارجی با دستور CrossProduct انجام می شود, این دستور در بسته Vector Analysisفلدر Calculus قرار دارد, برای استفاده از این دستور ابتدا باید این بسته را را بار کرد:

تعریف بردار $v=(۱,۱,۰)$	$v=\{۱,۱,۰\};$
تعریف بردار $w=(۰,-۱,۱)$	$w=\{۰,-۱,۱\};$

بار کردن بسته در فلدر مربوطه اش با دستور

Need[VectorAnalysis`]

W و Vضرب خارجی V و W

CrossProduct [v, w]

{۱, −۱, −۱}

۱-۴مروری بر قسمتی از امکانات

۱-۴-۱ریاضیات مقدماتی

اعداد معروف در Mathematica عبارتند از:

عدد پی π	Pi
عدد نپر e	E
عدد موهومی i	I
بینهایت +∞	Infinity
منهای بینهایت −∞	−Infinity
درجه	Degree

وهمچنین اعمال اصلی محاسباتی عبارتند از :

تقسیم a برb	a/b
جمع وتفریق a وb	a ± b
a به توان b	a^b
ضرب a درb	a ∗ b یا a b
قرینه a	−a

توجه : برای اجرای دستور در متمتیکا به طور همزمان دکمه SHIFT + INTER را فشاردهید تا نتیجه در خط بعدی ظاهر شود.

مثال۱-۲.

حاصل جمع دو عدد ۲۳۴ + ۱۲۴

۳۵۸

حاصل $۲^{۱۰۰}$ ۲^۱۰۰

۱۲۶۷۶۵۰۶۰۰۲۲۸۲۲۹۴۰۱۴۹۶۷۰۳۲۰۵۳۷۶

$x=\text{value}$ $y=x$ Clear[x]	مقدار v alue در متغیر جایگزین می شود مقدار x در y هم جایگزین می شود مقدار x را پاک میکند

مثال ۱-۳

به x مقدار 100 را نسبت میدهد $\quad x=۱۰۰;$

جایگزینی مقدار x در $x^۲+۲*x+۱۰$ $\quad x^۲+۲*x+۱۰$

توجه : اگر در آخر دستوری از علامت ; استفاده گردد عمل expr , انجام میشود اما نمایش داده نمیشود تا زمانی که

به دستوری برسیم که ; نداشته باشد.

$۲+۳i$ در $z_۱$ جایگزین میشود.

$$z_۱=۲+۳;$$

$۴-۵i$ در $z_۲$ جایگزین میشود.

$$z_۲=۴-۵i\,;$$

حاصل ضرب مختلط $z_۱$ در $z_۲$:

$z_۱*z_۲$

$(۴-۵i)(۲+۳i)$ را میدهد $\quad (۴-۵i)(۲+۳i)$

۱-۴-۲ توابع ریاضی

ریشه دوم تابع نمایی فاکتوریل لگاریتم طبیعی و لگاریتم در مبنای عدد مثب b	

مثال ۱-۴.

محاسبه مقدار تقریبی $\sqrt{۲}$ تا ۱۰ رقم با معنی N[Sqrt[۲],۱۰]

۱.۴۱۴۲۱۳۵۶۲

محاسبه !۲۰ فاکتوریل !۲۰

۲۴۳۲۹۰۲۰۰۸۱۷۶۶۴۰۰۰۰

Log[۱۰۰۰.]

۶.۹۰۷۷۶

Log[۱۰,۱۰۰۰.]

۳

۱-۴-۳ توابع مثلثاتی و معکوس آنها :

Sin[x] , Cos[x] , Tan[x] , Cot[x] , Sec[x] , Csc[x] , ArcSin[x] , ArcCos[x] ,

نکاتی مهم درمورد توابع درMathematca :

- نام همه توابع با حرف بزرگ شروع می شود و در توابع چند قسمتی شروع هر قسمت نیز با حرف بزرگ است مانند ArcSin[x] و Sin[x] و …

- ارگومانهای توابع داخل براکت "[ ]" قرار دارد ,مانندf[x] , Sin[x] و…

- آرگو مانهای توابع مثلثاتی بر حسب رادیان محسوب می شود .

مثال ۱-۵.

برای محاسبه $\text{Sin}(۸.۴)+\text{Sin}\left(\frac{\pi}{۴}\right)$

N[Sin[Pi/۲] + Sin[۸.۴]]

- اگر جلوی ارگومان Degree قرار دهید آرگومان بر حسب درجه منظور میشود.

محاسبه Sin(۳۰)N[Sin[۳۰ Degree]]

۰.۵

محاسبه ArcTan(۱)

Pi/۴

توجه : هر گاه آرگومان در دامنه تعریف تابع نباشد , پیام خطا یا خود دستور را در یافت خواهید کرد.

مثال۱-۶. Arc Tan[۲]

ArcTan[۲]

تابع جزء صحیح x	Floor[x]
تابع قدر مطلق x	Abs[x]
نزدیک ترین عدد صحیح به x	Ronde[x]

مثال ۱-۷. بافرض x = ۳.۱۴ میخواهیم مقادیر x و|x| , [x] را در یک مجمو عه نمایش دهیم.

X = ۳.۱۴

{x, Abs[x], Floor[x]}

{۳.۱۴ , ۳.۱۴ , ۳}

۱-۴-۴ دستورات توابع :

اخرین نتیجه قبلی دومین نتیجه قبلی از اخر دستور محاسبه $\int_a^b f[x]dx$	% %% Intgrate[f(x)]

مثال۱-۸.

نمایش π تا ۴۰ رقم اعشاری

N[Pi , ۴۰]

۳.۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۳۲۳۸۴۶۲۶۴۳۳۸۳۲۷۹۵۰۲۸۸۴۱۹۷۲

مثال۱-۹.

محاسبه -$\int (x^۲ - ۳x)dx$: Integrate[x^۲ − ۳x, x]

$\frac{-۳x^۲}{۲} + \frac{x^۳}{۳}$

مثال۱-۱۰. محاسبه $\frac{d}{dx}\left(x^۲ \frac{۳۲}{-} - \frac{x^۳}{۳}\right)$: D[%, x]

$-۳ + ۲x$

۱-۴-۵ محاسبات جبری :

یکی از ویژگیهای مهم این است که می تواند محاسبات نمادی را همانند اعداد انجام دهد .

عملیات عددی: عملیات جبری:	

مثال ۱-۱۱.

X^۲ + x + ۴ ∗ x^۲

$X + ۵x^۲$

درexpr , value جایگزین x , میشود چندین جایگزینی باهم	Expr/. x−> valu Expr/. {x−> xval, y−> yval, … }

مثال ۱-۱۲.

$(x + y) * (x - Y)$^۲/. {x-> ۱, y-> z_۱}

(۱ − z_)^۲(۱ + z_)

Expand[expr]	دسته بندی expr
Factor[expr]	تجزیه expr به عوامل اول
Simplify[expr]	ساده کردن expr
PowerExpand[expr]	بسط $(a\,b)^c$ و $(a^b)^c$ در

مثال۱-۱۳.

Expand[(۱ − x)^۲]

۱ − ۲x + x^۲

Factor[%]

(−۱ + x)^۲

Simplify[۱/۴(−۱ + x) − ۱/۴(۱ + x) + ۱/(۱ + x^۲)]

(۱ − x^۲) / (۲ + ۲x^۲)

PowerExpand[(x ∗ y)^۲]

x^۲y^۲

۱-۴-۶ حل معا دلات و دستگاه معادلات جبری :

	مقدار y را در x جایگزین میکند .(جایگزینی) اگر x با y برابر باشد True ; در غیر اینصورت False .(تساوی منطقی)

مثال۱-۱۴.

X با مقدار ۵ جایگزین میشود.

X = ۵

۵

X برابربا۶ میباشد یا نه؟ جواب :خیر $x == ۶$

False

حل معادله $lhs = rhs$ نسبت به x در expr به جای x جواب را قرار می دهد	

مثال۱-۱۵. حل معادله $x^۲ + ۲x + ۷ = ۰$ و یافتن ریشه ها ی آن.

Solve[x^۲ + ۲x + ۷ == ۰, x]

$\{\{x \to -1 - i\sqrt{6}\},\{x \to 1 + i\sqrt{6}\}\}$

می توان به هر کدام از جوابها بادستور زیر تا n رقم دلخواه دست یافت .

N[%, ۱۰][[ ]]

{ {x−> −۱.۰۰۰۰۰۰۰۰۰ + ۲.۴۴۹۴۸۹۷۴۳i}}

دومین جواب را تا ۱۰ رقم با معنی نمایش می دهد.

محاسبه تقریب جوابهای عددی چند جمله ای محاسبه جواب تقریبی تا n رقم با معنی	N

مثال ۱-۱۶. حل معادله $x^۵ + ۷x^۳ + ۳ = ۰$ و یافتن ریشه های NSolve [x^۵ + ۷x^۳ + ۳ == ۰, x]

{{x−> −۰.۷۳۵۴۷۱}, {x−> −۰.۲۴۶۷۲۹ − ۱.۳۲۰۸۲ i}, {x−> −۰.۲۴۶۷۲۹ + ۱.۳۲۰۸۲ i}

,{x−→ ۰.۰۹۵۸۵۳۲ − ۰.۴۹۸۴۲۸ i}, {x → ۰.۳۹۸۲۶۶ + ۰.۶۵۰۷۵۴i}}

توجه : برای حل معادلات غیر جبری از قبیل مثلثاتی لگاریتمی نمایی و.... از دستورFindRoot استفاده می شود .که در قسمتهای بعدی بحث خواهد شد.

حل دستگاه چند معادله چند مجهولی بر حسب x وy Solve[{lhs۱ == rsh۱, lsh۲ == rsh۲, ...}{x, y, ...}]

مثال۱-۱۷.

$$\text{Solve}[\{ax + ۲y == ۱, x - by == \mathbf{2}\}, \{x, y\}]$$

$$\{\{y \to \frac{۱ - ax}{۲}, x \to ۲ + by\}\}$$

حل دستگاه $\begin{cases} x - by = ۲ \\ ax + ۲y = ۱ \end{cases}$

حل دستگاه $\begin{cases} x - y = ۱ \\ x + ۲y = -۱ \end{cases}$

$$\text{Solve}[\{x - y == ۱, x + ۲y == -۱\}, \{x, y\}]$$

$$\{\{x \to \frac{۱۳}{}, y \to -\frac{۲۳}{}\}\}$$

مثال۱-۱۸. برای حل دستگاه عددی $\begin{cases} x + y + z = ۰.۲ \\ x - ۳y = -۲ \\ x + ۲y + z = -۱ \end{cases}$ قرار می دهیم:

$$\text{NSolve}[\{x + y + z == ۰.۲x - ۳y == -۲, x + ۲y + z = \\ = -۱\}, \{x, y, z\}]$$

$$\{\{x -> -۲.۵, y -> -۱, z -> ۳.۵\}\}$$

اگرازدستور Solve به جای NSolve استفاده کنید جوابهای $x = -۱, y = -\frac{۵۲}{}, z = \frac{۷۲}{.}$را دریافت میکنیم.

محاسبه$\sum_{i=۱}^{\infty} f$ محاسبه تقریبی $\sum_{i=۱}^{\infty} f$ حاصلضرب $f_m \times f_{m+۱} \times \ldots \times f_p$	

توجه : در دستور Sum اگر i=۱ d نماد di را می توان حذف کرد و اگر $m = ۱$ نماد m را هم میشود حذف کردواگر n,f

با خود جمع شود ,i را نیز می توان حذف کرد.

مثال۱-۱۹. محاسبه $\sum_{i=۱}^{۱۰}\frac{x^i}{i!}$ با طول گام ۲

Sum[x^i/i!, {i, ۱,۱۰,۲}]

$x+\frac{x^۳}{۶}+\frac{x^۵}{۱۲۰}+\frac{x^۷}{۵۰۴۰}+\frac{x^۹}{۳۶۲۸۸۰}$

مثال۱-۲۰.حاصل جمع $\sum_{۰}^{\infty}(-۵)$^i/i!

NSum[(−۵)^i/i!, {i, ۰, ∞}]

۰.۰۰۶۷۳۷۹۵

توجه : در بعضی موارد دستور Sum قادر به محاسبه مجموع تا بی نهایت نمی باشد پس با دستورNSum جواب تقریبی به دست می آید.

Product[x + i, {i, ۲,۴}]

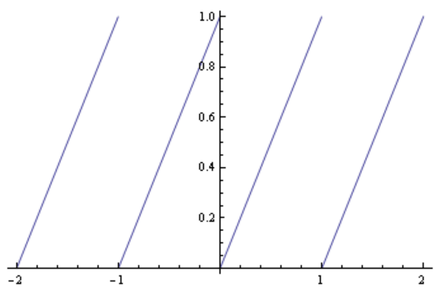
(۲ + x) (۳ + x) (۴ + x)

۱-۴-۷ رسم توابع ورابطه ها :

در این بخش چند دستور مقدماتی برای رسم ارائه میشود.

رسم تابع f(x) در b رسم چند تابع $f_۱, f_۲$ و باهم در فاصله $a \le x \le a$	

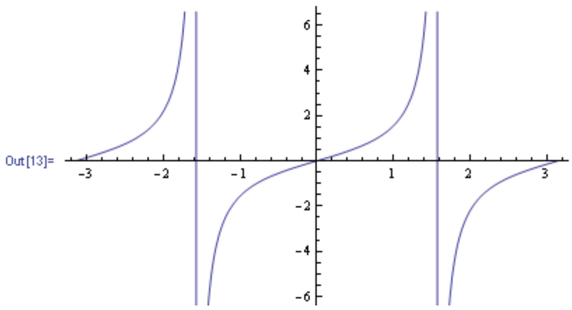
مثال۱-۲۱.برای رسم تابع $y = x - [x]$ (جزء کسری) در فاصله [−۲,۲] قرارمیدهیم:



Plot[{x − Floor[x]}, {x, −۲,۲}]

مثال۱-۲۲.رسم تابع Tan[x] از$-\pi$ تا π

Plot[Tan[x], {x, −Pi , Pi}]



مثال۱-۲۳.رسم تابع علامت از ∞- تا∞

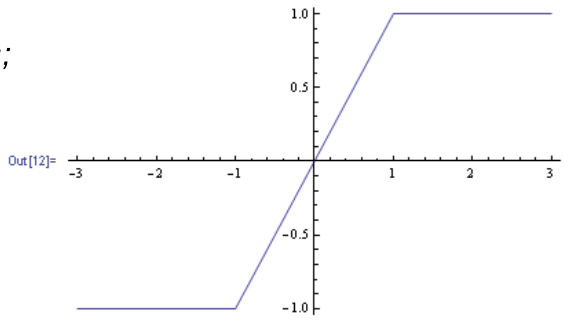
Clear[f]

f[x_/; −۳ <= x <= −۱] := − ۱

f[x_/; −۱ <= x <= ۱]: = x;

f[x_/; ۱ <= x <= ۳]: = ۱;

Plot[f[x], {x, −۳,۳}]



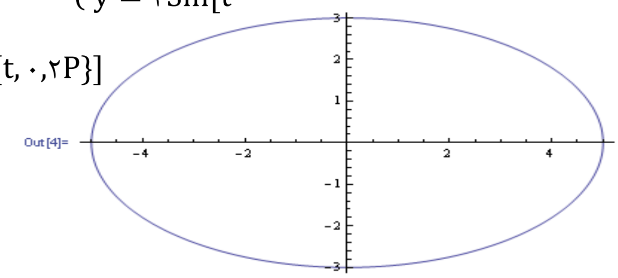
۱-۴-۸ توابع پارامتری :

درمتمتیکا همچنین می توان توابع پارامتری را تعریف ورسم نمود.

ParametricPlot[{x۱y۱, }, {x۲, y۲}, … , {t, a, b}]	رسم تابع پارامتری (x(t), y(t)) درفاصله [a, b] رسم چند تابع پارامتری (x۱, y۱) و (x۲, y۲) و. a ≤ t ≤ b با هم

مثال۱-۲۴.رسم تابع $\begin{cases} x = ۵Cos[t] \\ y = ۳Sin[t \end{cases}$

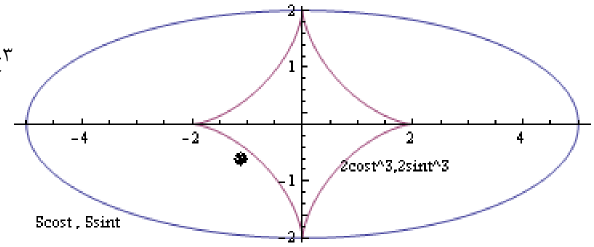
ParametricPlot[{۵Cos[t],۳Sin[t]}, {t, ۰,۲P}]



مثال۱-۲۵.رسم دو تابع پارامتری به طور همزما ن

۵Cost, ۳Sint=f۱ و f۲ = ۲Cost۳, ۲Sint۳

ParametricPlot[{{۵Cos[t],۲Sin[t]},
{۲Cos[t]^۳,۲Sin[t]^۳}}, {t, ۰,۲Pi}]



۱-۴-۹ ترکیب توابع :

متمتیکا به آسانی می تواند ترکیب توابع انجام دهد .

ترکیب توابع و با متغیر ترکیبf ,n بار با خودش	x

مثال۱-۲۶.تعریف f قبلی را پاک میکند. Clear[f]

تعریف $f(x) = \sqrt{x}$ f[x_] = Sqrt[x];

تعریف $g(x) = ۱ - x^۲$ g[x_] = ۱ − x^۲;

تابع fog Composition[f, g][x]

جواب : $۱ - x^۲$

مثال۱-۲۷.تعریف تابع $h(x) = \frac{۱۱}{+x}$ h[x_] = ۱/(۱ + x)

ساده ترین فرم ترکیب h(x) سه بار با خودش Nest[h, x, ۳]//Simplify

$\frac{۲+x}{۳+۲x}$

۱-۴-۱۰ مثلثات :

توابع مثلثاتی در قسمت توابع ریاضی معرفی شده اندر متمتیکا می توان توابع مثلثاتی را بسط داد, فاکتور گرفت , معادلات و دستگاه معادلات مثلثاتی را حل نمود.

نمایش expr بر حسب Sin۲x وغیره نمایش expr برحسب $Sinx^۲$ وغیره	

مثال۱-۲۸. Clear[x]

Expand[Sin[x]^۲ + Cos[۲x]^۲, Trig − True]

$$۱ - \frac{Cos[x]^۲}{۲} + \frac{Cos[x]^۴}{۲} + \frac{Sin[x]^۲}{۲} - ۳Cos[x]^۲Sin[x]^۲ + \frac{Sin[x]^۴}{۲}$$

Factor[%, Trig−> True]

$$\frac{۱}{۲}(۲ - Cos[۲x] + Cos[۴x])$$

همچنین میتوان مقادیر توابع مثلثاتی نمودار آنها و دیگر محاسبات مثلثاتی را با متمتیکا به دست آورد.حل معادلات و دستگاههای مثلثاتی لگاریتمی ونمایی را با روش سریع نمی توان در متمتیکا به دستآورد برای تعیین جواب از روش عددی استفاده می کنیم که جواب تقریبی خیلی دقیقی به دست می دهد.

جستجو برای تعیین جواب معادله lhs == rhs شروع با یک مقدار تقریبی. x = x FindRoot[lhs == rhs, {x, x.}]
جستجو برای ریشه یابی equ با دو مقداراولیه .x و $x_۱$(زمانی که مشتق به طور صریح تعیین نمی شود.)
جستجو برای ریشه یابی equ بایک مقدار اولیه در فاصله [a, b]

جستجو برای تعیین جوابهای ξ و ψ...دستگاه با تقریبهای اولیه $x_{.}, y_{.}$,

مثال۱-۲۹.معادله $\text{Sinx} = ۰$ بی نهایت جواب دارد .برای یافتن ریشه نزدیک به $x = ۳$ قرار دهید:

FindRoot[Sin[x] == ۰, {x, ۳}]

{x−> ۳.۱۴۱۵۹}

FindRoot[Sin[x] == ۰, {x, ۶}]

{x−> ۶.۲۸۳۱۹}

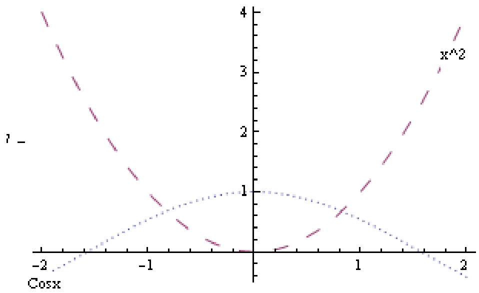
توجه : بر ای تعیین تقریب اولیه جواب می توان از رسم نمودار استفاده کرد.

مثال۱-۳۰.رسم نمودار $x^۲$ و Cosx با هم وتعیین ریشه مثبت $x^۲ - \text{Cosx} = ۰$

FindRoot[x^۲ == Cos[x], {x, ۱}]

{x−> ۰.۸۲۴۱۳۲}

Plot[{Cos[x], x^۲}, {x, −۲,۲}]



مثال۱-۳۱.برای حل دستگاه غیر خطی $\text{Sinx} = \text{Cosx}$ وبا تقریب اولیه $x_{.} = ۰.۱$ و $y_{.} = ۰.۲$ قرار می دهیم:

Findroot[{Sin[x] == Cos[y], x + y == ۱}, {x, ۰.۱}, {y, ۰.۱}]

{x−> ۱.۲۸۵۴ , y → −۰.۲۸۵۳۹۸}

۱-۴-۱۱ لگاریتم :

توابع و قبلا" در قسمت توابع ریاضی تعریف شده اند در این قسمت محاسبات لگاریتمی حل معادلات لگاریتمی و دستگاه معادلات لگاریتمی را بررسی می کنیم.

Lnx : لگاریتم طبیعی لگاریتم x درb مبنای	

توجه برای استفاده از قوانین لگاریتم باید ابتدا در محیط متمتیکا این قوانین را تعریف کرد.

مثال۱-۳۲.لگاریتم ۱۰۰۰ در پایه e Log[۱۰۰۰.]

۶.۹۰۷۷۶

مثال۱-۳۳.لگاریتم۱۰۰۰ در پایه ۱۰ Log[۱۰,۱۰۰۰.]

توجه : برای حل معادلات لگاریتمی ونمایی از دستورFindroot استفاده میشود
۳

مثال۱-۳۴.حل معادله ۲Sinx = Lnx با نقطه شروع ۱ = x :

FindRoot[۲Sin[x] == Log[x], {x, ۱}]

{x−> ۲.۶۳۵۷۱}

توجه : برای تعیین نقطه شروع می توان از دستور Plotاستفاده نمود.

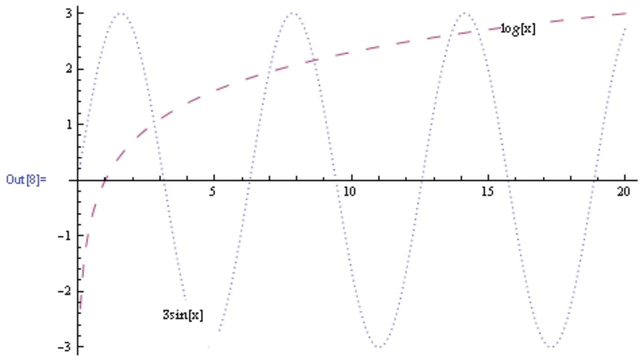
مثال۱-۳۵.نزدیک ترین ریشه به ۱۵ = xدر مثال قبل را با کمک رسم به دست آورید.

FindRoot[۳Sin[x] == Log[x], {x, ۱۵}]
{x−> ۱۴.۶۰۲۴}

نزدیکترین ریشه را در ۱۵ = x پیدا کنید.

Plot[{۳Sin[x], Log[x]}, {x, ۰.۱,۲۰},

PlotStyle−> {Dashing[Tiny], Dashing[Large]}]

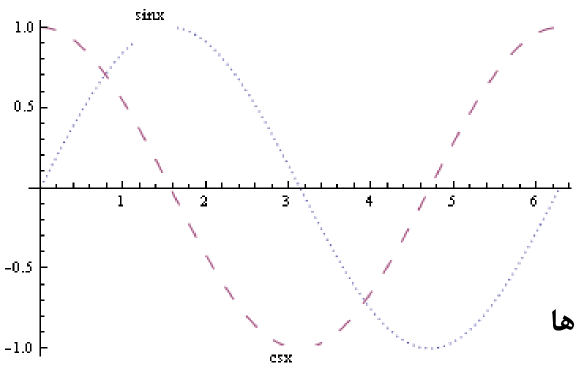


دستور خط چین نمودن خطوط

مثال۱-۳۶.شکل توابع Sin[x] و Cos[x] را با هم روی فاصله [۰,۲π] رسم کنید,

به طوری اولین تابع به صورت کوچک ودومین تابع بزرگ خط چین شود.

```
Plot[{Sin[x], Cos[x], {x, ۰,۲Pi}, PlotStyle−
        > {Dashing[Tiny], Dashing[Large]}]
```



۱-۴-۱۲ ماتریس ها

یک ماتریس در متمتیکا به عنوان یک لیست از لیست ها تعریف می شود، که لیست های داخلی بردارهای سطری ماتریس هستند .گاهی اوقات مفید است که بردار سطری یا ستونی

منحصر به فردی را از یک ماتریس جدا نمود M[[i]] . i امین بردار سطری از ماتریس M را می دهد .ماتریسها در متمتیکا به صورت زیر تعریف می شوند.

توجه : به دلیل آنکه در حافظه متمتیکا حروف N, I, E. D, C. O نماد های رزو شده اند ،آنها رابرای نام گذاری ماتریسها به کار نبرید.ماتریس ها بکار نبرید (در عوض می توان از حروف کوچکشان استفاده کرد.)

تولید ماتریس $m \times n$ با مولفه های a_{ij} نمایش list به فرم ماتریسی نمایش list به فرم جدول تولید ماتریس $m \times n$ با نام a[i, j] مولفه سطر i ام وستونj ام ان میباشد.	

مثال۱-۳۷.فرم ماتریسی وسطر دوم لیست را پیدا کنید.

Clear[M];

M = {{۱,۲,۳,۴}, {۵,۶,۷,۸}, {۹,۱۰,۱۱,۱۲}};

فرم ماتریسی لیست رانمایش میدهد.

MatrixForm[M]

$$\begin{pmatrix} ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ ۵ & ۶ & ۷ & ۸ \\ ۹ & ۱۰ & ۱۱ & ۱۲ \end{pmatrix}$$

سطر دوم لیست را نمایش میدهد.

M[[۲]]

{۵,۶,۷,۸}

مثال۱-۳۸. تولید یک ماتریس۳ × ۲ با مولفه های i × j با نامa Clear[a]

a = Table[i * j, {i, ۲}, {j, ۳}]

{{۱,۲,۳}, {۲,۴,۶}}

نمایش ماتریس a MatrixForm[a]

$\begin{pmatrix} ۱ & ۲ & ۳ \\ & ۴ & ۶ \end{pmatrix}$

حساب ماتریسی :

متمتیکا از دستورات زیر جهت محاسبات ماتریسی استفاده می کند:

A + B , A −

A/K , A. B ,

تعیین ماتریس بعد تعیین ترانهاده ماتریس m ماتریس قطری , با عناصر قطری list ماتریس همانی $n \times n$	

توجه : از نقطه (.) برای ضر ب یک ماتریس در یک ا سکالر و بویژه از $(A^{-۱})$ برای بدست آوردن معکوس ماتریس A استفاده نکنید.

به دلیل آنکه درحافظه متمتیکا حروف N, I, E. D, C. O نماد های رزو شده اند ،آنها رابرای نام گذاری ماتریسها به کار نبرید. (در عوض می توان از حروف کوچکشان استفاده کرد.)

مثال۱-۳۹.

Dimensions[a]

نمایش بعد ماتریس مثال قبل

{۲,۳}

نمایش ترانهاده ماتریس a Transpose[a]

{{۱,۲},{۲,۴},{۳,۶}}

نمایش ماتریسی A^T MatrixForm[%]

$$\begin{pmatrix} ۱ & ۲ \\ ۲ & ۴ \\ ۳ & ۶ \end{pmatrix}$$

مثال۱-۴۰.تولید یک ماتریس قطری با قطر (v, b, c)

DiagonalMatrix[{v, b, c}]

{{v, ۰,۰}, {۰, b, ۰}, {۰,۰, c}}

مثال۱-۴۱.MatrixForm[%] IdentityMatrix[۵];

$$\begin{pmatrix} ۱ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ \end{pmatrix}$$

	برگشت مولفه سطر i ام وستون j ام ماتریس m برگشت سطر i ام ماتریس m برگشت ستون j ام ماتریس m

مثال۱-۴۲.هر گاه a ماتریس ۲باشد انگاه :

a[[۲,۳]]

دسترسی به درایه سطر دوم وستون دوم ماتریس

۶

دسترسی به سطر دوم ماتریس a[[۲]]

{۲,۴,۶}

جمع و ضرب ماتریسها :

برای ضرب ماتریسی در متمتیکا در صورت ضرب پذیر بودن از علامت ضرب داخلی (.) استفاده می شود.

مثال۱-۴۳.ضرب ماتریسی :

$A = \{\{۱,۲,۳,۴\}, \{-۲,۳,-۴,۱\}, \{۳,۴,۱,۲\}, \{۴,-۱,۲,۳\}\};$

$B = \{\{۱,۰,-۱,۰\}, \{۱,-۲,۱,۲\}, \{-۳,۱,-۳,۱\}, \{۲,۱,۲,۱\}\};$

MatrixForm[A . B]

$$\begin{pmatrix} ۲ & ۳ & ۰ & ۱۱۱۵ \\ & -۹ & ۱۹ & ۳۸ \\ & -۵ & ۲ & ۱۱ \\ ۳ & ۷ & -۵ & ۳ \end{pmatrix}$$

MatrixForm[B . A]

$$\begin{pmatrix} -۲ & -۲ & ۲ & ۲ \\ ۱۶ & -۲ & ۱۶ & ۱۰ \\ -۱۰ & -۱۶ & -۱۴ & -۱۴ \\ ۱۰ & ۱۴ & ۶ & ۱۶ \end{pmatrix}$$

A. B == B. A

False آزمایش می کند که این دو ضرب برابر است یا نه

مثال۱-۴۴.جمع ماتریسی $\begin{bmatrix} ۱۲۳۴ \\ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

Clear[a, b] $\{\{a, b\}, \{c, d\}\} + \{\{۱,۲\}, \{۳,۴\}\}$

$\{\{۱ + a, ۲ + b\}, \{۳ + c, ۴ + d\}\}$

معکوس یک ماتریس مربع m تعیین دترمینان ماتریس مربع m	

مثال۱-۴۵.معکوس ومحاسبه دترمینان ماتریس $B=\begin{bmatrix} ۱.۲۵ & .۷۴ \\ .۲۵ & .۶ \end{bmatrix}$;

$B = \{\{۱.۲,۵.۷\},\{۴.۲,۵.۶\}\};$

Det[B]

-۱۷.۲۲

معکوس ماتریس B

Inverse[B]

$\{\{-۰.۳۲۵۲۰۳,\ ۰.۳۳۱۰۱\},\ \{۰.۲۴۳۹۰۲,\ -۰.۰۶۹۶۸۶۴\}\}$

چند جمله ای مشخصه ،مقادیر ویژه و بردار های ویژه:

بردارهای ویژه و مقادیر ویژه در جبر مطرح میشوند .ماتریس مربعی Aمفروض است اگربردار ناصفرxموجود باشد به طوری که $Ax = \mu x$ ماتریس مشخصه A ومقادیر ویژه ریشه های معادله مشخصه $|A-\mu I|$ میباشند و $p(\mu) = |A-\mu I|$ چند جمله ای مشخصه ماتریس A نامیده می شود .

مقادیر ویژه ماتریس A بردار ویژه ماتریس A بردارهای ویژه مربوط به مقادیر ویژه ماتریس A همراه با هم به ترتیب	

مثال۱-۴۶. تعیین مقادیر ویژه ماتریس: $A = \begin{pmatrix} ۳ & ۱ & ۱ \\ ۰ & ۶ & ۳ \\ ۰ & ۰ & -۳ \end{pmatrix}$ Clear[A]

تعریف ماتریس A $A = \{\{۳,۱,۱\},\{۰,۶,۳\},\{۰,۰,-۳\}\}$

مقادیر ویژه ماتریس A Eigenvalues[A]

$\{۶,-۳,۳\}$

بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه بالا: Eigenvectors[A]

{{ ۱,۳,۰}, {−۱, −۳,۹}, {۱,۰,۰}]

بردار ویژه متناظر بامقدا رویژه با هم: Eigensystem[A]

{{ ۶, −۳,۳}, {{۱, ۳,۰}, {−۱, −۳,۹}, {۱,۰,۰}}}

مثال۱-۴۷.تعیین مقادیر ویژه و بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه ماتریس

A =

$A = \{\{-۶,۱,۲,۰\}, \{۱,۰, -۳, -۱\}, \{۲,۱, -۶,۰\}, \{-۲,۲,۰, -۳\}\};$

Eigenv alues[A]

{−۸, −۳, −۲, −۲}

Eigenvectores [A]

{{۱۱, −۴, −۹,۶], {۱,۱,۱,۱ }, {۱,۲,۱,۲}, {۰,۰,۰,۰}}

۱-۴- ۱۳معادلات دیفرانسیل :

معادلات دیفرانسیل نمایش طبیعی بسیاری از مسائل فیزیکی می باشند.هر چند در حالت کلی پیدا کردن جواب دقیق آنها فوق العاده مشکل است و اغلب جواب ها ی عددی به صورت جایگزین یافت می شوند ،می توان از متمتیکا برای حل ضمنی بعضی از معادلات دیفرانسیل ساده با کمک دستورDSolve استفاده نموداما این دستور برای حل معادلات دیفرانسیل خیلی کار ساز نیست. وقتی حل معادله برای متمتیکا خیلی مشکل باشدمیتوان با به کار گیری دستورNDSolve به جواب های عددی متوسل شد. منظور از حل یک معادله دیفرانسیل ,حذف مشتق و یا محاسبه $y(x)$ می باشد. در متمتیکا می توان معادلات دیفرانسیل را مستقیما" حل نمود و شرایط اولیه یا شدایط مرزی را نیز با استفاده از دستور Dsolve بکار برد. توجه داشته باشید که مشتق با استفاده از علامت ′ بیان می‌گردد.

	حل معادله دیفرانسیل equ نسبت به y[x]: حل معادله دیفرانسیل با شرط cond: N حل عددی معادله دیفرانسیل در فاصله [a, b]:

معادلات مرتبه اول :

Clear[Y]

D[Y[X], X]

y′[x]

مثال۱-۴۸.

الف) معادله دیفرانسیل $y' - ۲y = ۰$ را حل کنید

DSolve[y′[x] == ۲ * y[x], y[x], x].

{{y[x] → $e^{۲x}$c[۱]}}

که در آن ثابت های انتگرال گیری توسط متمتیکا ، C[۱]و C[۲] معرفی شده اند.می توان شرایط اولیه را به صورت زیر به کار برد:

Dsolve[{Y"[X] − Sin[X] − Cos[X] = ۰, Y[۰] == ۰, Y′[۰] ==
۰}, Y[X], X]

Out: = {{Y[X]−> ۱ + X − Cos[X] − Sin[X]}}

ب) حل معادله دیفرانسیل $y' = y$Cos(x + y) با شرط y(۰) = ۱ روی فاصله [۰,۳۰]

DSolve[{y′[x] = y[x]Cos[x + y[x], y[۰] == ۱}, y[x], {x, ۰,۳۰}]

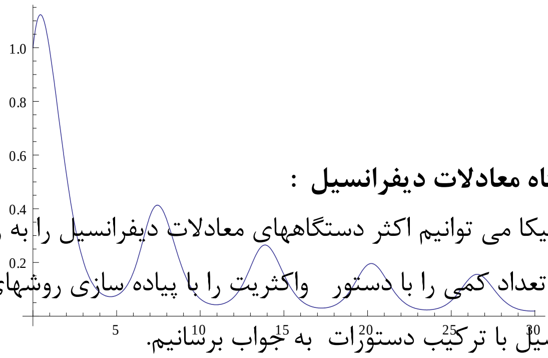
مشاهده می شود که این معادله با دستورDSolve قابل حل نیست پس از دستور حل عددی استفاده می کنیم.

NDSolve[{y′[x] == y[x]Cos[x + y[x]], y[۰] == ۱}, y[x], {x, ۰,۳۰}]
}}

{{y[x]−> InterpolatingFunction[{{۰.,۳۰.}}; <>]}}

دستور NDSolve جوابی تقریبی به صورت تابع درونیاب گذرنده از نقاط بدست آمده از حل عددی معادله دیفرانسیل ارائه می دهد برای دیدن جواب تقریبی از رسم جواب عددی استفاده می کنیم.

Plot[Evaluate[y[x]/. s], {x, ۰,۳۰}, PlotRange-> All]



دستگاه معادلات دیفرانسیل :

با متمتیکا می توانیم اکثر دستگاههای معادلات دیفرانسیل را به روش صحیح وعددی حل نماییم تعداد کمی را با دستور واکثریت را با پیاده سازی روشهای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل با ترکیب دستورات به جواب برسانیم.

حل دستگاه $equ_۱, equ_۲$ و... بر حسب توابع $x[t], y[t]$ و... با متغیرمستقل t DSolve[{$equ_۱, equ_۲$, … }, {x[t], y[t], … }, t]

مثال۱-۴۹. حل دستگاه معادلات دیفرانسیل $\begin{cases} x'[t] = y[t] \\ y'[t] = x[t] \end{cases}$ با دستورDSolve

Clear[x, y, t]

DSolve[{x'[t] == y[t], y'[t] == x[t]}, {x[t], y[t]}, t]

$\{\{x[t] \to \frac{۱}{۲}e^{-t}(۱ + e^{۲t})c[۱] + \frac{۱}{۲}e^{-t}(-۱ + e^{۲t})c[۲]\}\}$

$\{\{y[t] \to \frac{۱}{۲}e^{-t}(-۱ + e^{۲t})c[۱] + \frac{۱}{۲}e^{-t}(۱ + e^{۲t})c[۲]\}\}$

حل عددی دستگاه معادلات دیفرانسیل :

با دستور NDSolve میتوان جواب عددی دستگاه معادلات دیفرانسیل را بدست آورد.

جواب عددی دستگاه معادلات دیفرانسیل برای چند تابع y_i $\text{NDSolve}[\{\text{equ}۱, \text{equ}۲, \ldots\}, \{y_۱, y_۲, \ldots\}, \{x, \text{xmin}, \text{xmax}\}]$

مثال ۱-۵۰.حل دستگاه معادلات دیفرانسیل $\begin{cases} y'(t) = ۲x(t) - y[t]^\wedge۳ \\ x'(t) = -y(t) - x[t]^\wedge۲ \end{cases}$ با شرایط $y(۰) = x(۰)$روی فاصله $۰ < t < ۲۰$:

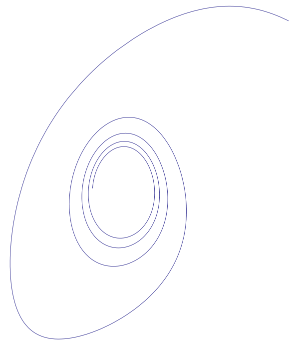
$S = \text{NDSolve}[\{x'[t] == -y[t] - x[t]^\wedge۲, y'[t] == ۲x[t] - y[t]^\wedge۳,$

$X[۰] == y[۰] == ۱\}, \{x, y\}, \{t, ۲۰\}]$

{{x−> InterpolatingFunction[{{۰.,۲۰.}}, <>],

y−> InterpolatingFunction[{{۰.,۲۰.}}, <>]}}

$\text{ParametricPlot}[\text{Evaluate}[\{x[t], y[t]\}/. s], \{t, ۰, ۲۰\}]$



۱-۴-۱۴ تبدیل لاپلاس :

اگر f یک تابع تعریف شده روی $[۰, \infty]$ باشد تبدیل لاپلاس تابع $f(x)$ (درصورت وجود انتگرال نا متعارف)عبارت است از:

$$F(s) = L\{f(x)\} = \int_۰^\infty e^{-st} f(t)dt$$

تبدیل لاپلاس تابع $f(t)$ $(L\{f(t)\})$ عکس تبدیل لاپلاس $F(s)$ $(L^{-۱}\{F(s)\})$	I

مثال۱-۵۱.تبدیل لاپلاس مجموع توابع $f(t) =$, $f(t) = \text{Sin}۲t$, $f(t) = \text{Cosh}۳t$, $f(t) = e^{-t}\, t^{-۴}$

$\text{LaplaceTransform}[t^\wedge۴ + \text{Sin}[۲\, t] + \text{Cosh}[۳\, t] + \text{Exp}[-t], t, s]$

$\frac{۲۴۳}{۵} + \frac{۱۱}{+s} + \frac{۳}{-۹+s^۲} + \frac{۲۴}{+s^۲}$

LaplaceTransform[F"[t], t, s]

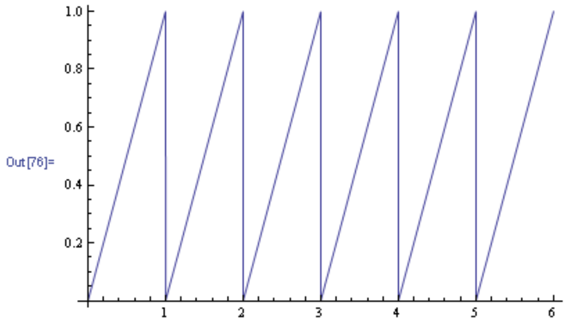
$-sf[\cdot] + s^{۲}$LaplaceTransform[f[t], t, s] $- f'[\cdot]$

مثال۱-۵۲.تبدیل لاپلاس تابع $f(x) = x - [x]$ در صورتی که $f(x)$ یک تابع متناوب با دوره تناوب $T = ۱$ باشد.

F[x_]: = x ;$\cdot <= x <$ ۱;

F[x_]: = f[x − ۱]/; x >= ۱;

Plot[f[x], {x, ۰,۶}]



مثال۱-۵۳.تابع پله ای واحد به صورت UnitStep[α − ۱] نوشته شده و مقدار آن ۱ برای $t < \alpha$ وصفر برای $t > \alpha$ می باشد.

L aplaceTransform[UnitStep[a − t], t, s]

$\frac{(۱ - e^{as})\text{UnitStep}[a]}{s}$

LaplaceTransform [e^t/t^(۱/۲)]

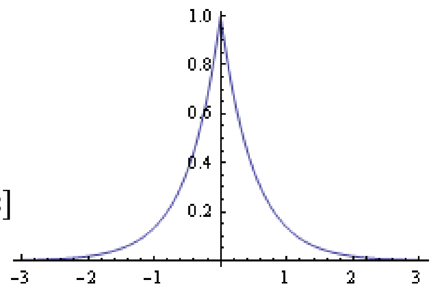
$\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{s - \text{Log}[e]}}$

مثال۱-۵۴.عکس تبدیل لاپلاس $\frac{۲}{s^{۲}-۴}$:

۲InverseLaplaceTransform [۲/(s^ +
۱۶), s, t]

$\frac{۱۲}{-}Sin[۴t]$

LaplaceTransform[t^۴Sin[t], t, s]



$$\frac{۲۴(۱-۱۰s^{t}+۵s^{۴})}{(۱+s^{t})^{۵}}$$

Plot[Pdf[LaplaceDistribution[۰,۱/۲], x], {x, −۳,۳}]

۱-۴- ۱۵ حساب دیفرانسیل و انتگرال

حد توابع:

حد در نقطه : برای محاسبه حد تابع **f** در نقطه .X=X از دستور زیر استفاده می شود:

$\text{Limt}_{x\to x_.} f(x)$	Limit[f[x], x−> $x_\cdot$]

مثال۱-۵۵.محاسبه $\text{limit}_{x\to .} \frac{\text{Sin (mx)}}{\text{nx}}$

Limit[Sin[m ∗ x]/n ∗ x, x−> ۰]

$\frac{m}{n}$

می دانیم تابع$\text{Sin}\frac{a}{x}$د ر $x = ۰$ دارای حد نیست . هر گاه حد بگیریم خواهیم داشت :

Limit[Sin[۱/x], x−> ۰]

Interval[{−۱,۱}]

حدود یکطرفه :برای محاسبه این حدود از دستور العمل های زیر استفاده می کنیم :

$\lim_{x\to x_.^-} f(x)$ $\lim_{x\to x_.^+} f(x)$	Limit[f[x], x−> $x_\cdot$] , Direction−> −۱] Limit[f[x], x−> $x_\cdot$] , Direction−> ۱]

مثال۱-۵۶. تعیین $\lim_{x\to .^+} ۱/x$

Limit[$\frac{۱}{x}$, x−> ۰ , Direction−> −۱]

حد در بینهایت : دستور کلی آن به فرم زیر است :

- ∞

Limit[f[x], x− > +Infinity] imit[f[x], x−> −Infinity]	$\underset{x\to+\infty}{\text{limit}} f(x)$ $\underset{x\to-\infty}{\text{limit}} f(x)$

مثال۱-۵۷.برای محاسبه $\underset{x\to-\infty}{\text{limit}}(۳x^۲ + ۴x)/(۴x^۲ + ۱)$ قرارمی دهیم :

Limit[(۳ * x^۲ + ۴ * x)/(۴ * x^۲ + ۱), x−> Inifinity]

$\frac{۳}{۴}$

مثال۱-۵۸. $\text{limit}_{x\to-\infty} \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x}$

Limit[Sqrt[x + Sqrt[x + Sqrt[x]]] − Sqrt[x], x−> Infinity]

$-\infty$

توجه : دستورLimit قادر به محاسبه حدودی نظیر:

$\text{limit}_{x\to\infty} \frac{e^x}{x!}$ یا $\text{limit}_{x\to\infty} \frac{x^۵}{e^x}$نمی باشد در این موارد از دستور NLimit استفاده کنید.

حد تقریبی f در بینهایت	NLimit[f[x], x → Infinity]

توجه: برای استفاده دستور از NLimit باید Package (بسته) NLimit را در folderNumericaبار کنید یعنی قرار دهید:

, NLimit‌، << *Numerica*

Needs[NumericalCalculus`]

آنگاهNlimit به رنگ قرمز در آمده و قادر به پاسخگویی میباشد.

مثال۱-۵۹.محاسبه $\text{limit}_{x\to\infty} \frac{x^۵}{e^x}$

NLimit[x^۵/Exp[x], x−> Inifinity]

۴.۴۴۰۸۹×۱۰^{-۱۶}

NLimit[$Sin[x]$/x, x−> ۰]

۱

مشتق:

دستور العمل های اصلی مشتق عبارتند از :

مشتق عبارت f نسبت به x	
مشتقn ام نسبت به x	

مثال۱-۶۰. مشتق هر یک از توابع زیر را بیابید:

$F = \frac{x^۲+۳x}{x^۴-۲x}$ $\qquad g = \sin^{-۱}(x^۲)$ $\qquad h = \sin(\sin x)$

f) D[(x^۲ + ۳ ∗ x)/(x^۴ − ۲ ∗ x) , x]

$\frac{۳+۲x}{۲-x^۵} - \frac{۵(۳x+x^۲)}{۲-x^۶}$

g)D[ArcSin[x^۲] , x]

$\frac{۲x}{\sqrt{۱-x^۴}}$

h)D[Sin[Sin[x]] , x]

Cos[x] Cos[Sin[x]]

مشتق مراتب بالا تر:

مثال۱-۶۱. محاسبه $\frac{d^۴}{dx^۴}(\mathrm{Sinx}^{۱۰})$

D[Sin[x]^۱۰ , {x, ۴}]

$۵۰۴۰\,\mathrm{Cos}[x]^۴\mathrm{Sin}[x]^۶ - ۴۶۸۰\,\mathrm{Cos}[x]^۲\mathrm{Sin}[x]^۸ + ۲۸۰\,\mathrm{Sin}[x]^{۱۰}$

مثال۱-۶۲.مطلوب است محاسبه $(fog)_{(x)}$ هر گاه $g(x) = x^۲ + ۵x$ و $f(x) = x^{۱۰}$

```
Clear[f, g]
g[x_] = x^۲ + ۵ * x;
f [x_] = x^۱۰;
D[f[g[x]] , x]
```

$۱۰(۵ + ۲x)(۵x + x^۲)^۹$

مثال۱-۶۳.مشتق سوم $u(x)\ v(x)$ را به صورت نمادی بیابید ، قرار می دهیم :

```
D[u[x] * v[x] , {x , ۳} ]
```

۳ v'[x] u''[x] + ۳ u'[x] v''[x] + v[x] u(۳)[x] + u[x] v(۳)[x]

برای مشتق گیری ضمنی از دستور زیر استفاده کنید:

مشتق ضمنی معادله نسبت x	

مثال۱-۶۴.مشتق y نسبت به x اگر : $x^۲ + xy + y^۲ = ۰$

```
Dt[x^۲ + x * y + y^۲ == ۰ , x]
```

۲x + y + x Dt[y, x] + ۲y Dt[y, x] == ۰

در واقع نماد Dt[y, x] معنی $\frac{dy}{dx}$ را می دهد و معنی عبارت اخیر به صورت زیر است:

$$۲x + y + x\frac{dy}{dx} + ۲y\frac{dy}{dx} = ۰$$

حال اگر بخواهیم $\frac{dy}{dx}$ را صریحا" بیابیم به صورت زیر عمل می کنیم:

حل معادله قبل $\text{Solve}[\text{Dt}[x\text{^}۲ + x * y + y\text{^}۲, x] == ۰, \text{Dt}[y, x]]$

$\{\{\text{Dt}[y, x] -> \frac{-۲x-y}{x+۲y}\}\}$

کابرد مشتق:

معادله خط مماس : می دانیم هرگاه تابع f در .x مشتق پذیر باشد آنگاه معادله بر قسمتی در نقطه

$(x_۰ , f(x_۰))$ عبارتست از $y = f(x_.) + f'(x_.)(x - x_.)$

مثال۱-۶۵. می خواهیم معادله خط مماس بر منحنی $y = x^۳ - ۳x + ۵$ را در نقطه $(۲ , ۷)$ بیابیم.

تعریف تابع f رسم تابع و خط مماس

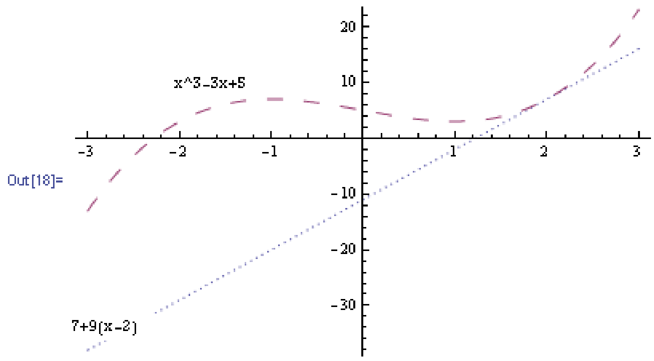
Clear[f]

f[x_] = x^۳ − ۳ * x + ۵;

تعرف معادله خط مماس

y = ۷ + f ′[۲] * (x − ۲);

Plot[{۷ + ۹(−۲ + x), x^۳ − ۳ * x + ۵}, {x, −۳,۳}]



ماکزیمم و مینیمم:

می دانیم هر تابع پیوسته بر بازه بسته ای ماکزیمم و مینیمم مطلق است . این مقادیر یا در نقاط بحرانی f(نقاطی که $f' = ۰$ یا f' موجود نیست) روی می دهد یا در نقاط انتهایی بازه.

ماکزیمم اعداد n_1 و n_2 و ...	Max[n۱, n۲, ...]
مینیمم اعداد n_1 و n_2 و ..	Min[n۱, n۲, ...]
مینیمم های نسبی و مطلق	FindMinimum[f , {x , a, b}]
مینیممهای نسبی با شروع از نقطه $x_.$	FindMinimum[f , {x , x۰}]

مثال۱-۶۶. ماکزیمم و مینیمم تابع مثال قبل در فاصله[۲,۳-].

Clear[f]

f[x_] = x^۳ − ۳ ∗ x + ۵;

Solve[f ′[x] == ۰ , x]

{{x−> −۱} , {x−> ۱}}

مثال۱-۶۷. یافتن ماکزیمم مقادیر در نقاط انتهایی و بحرانی تابع قبلی f

یافتن ماکزیمم مقادیر

Min[f[−۱], f[۱], f[۲], f[۳]]

۲۳

یافتن مینیمم مقادیر

Min[f[−۱], f[۱], f[۲], f[۳]]

۳

حال با دستورFindMinimum اکسترممهای نسبی f را می یا بیم

FindMinimum[f[x], {x, ۰}]

{۳., {x−> ۱.}}

دیفرانسیل:

دستور العمل دیفرانسیل شبیه مشتقگیری ضمنی است.

Dt[f, x] y/: Dt[y, x] = ۰ Dt[f]	نسبت بهf مشتقx قرار دهید $\frac{dy}{dx} = ۰$ دیفرانسیل کلf

در مثال های زیر جمیع حالات مختلف آمده است.

مثال۱-۶۸.

Clear[f, x, y]

تعریف عبارت $f = x^۲ + y^۲$:

f = x^۲ + y^۲

مشتقf نسبت بهx

D[f, x]

۲x

مشتقf نسبت بهx: D[f , y]

۲y

مشتق ضمنی f نسبت بهx

D t[f , x]

۲x + ۲yDt[y, x]

مشتق ضمنی f نسبت بهy :

D t[f , y]

۲y + ۲xDt[x, y]

مشتق ضمنی معادله $x^۲ + y^۲ = ۰$ نسبت به x

Dt[f , x] == ۰

۲x + ۲y Dt[y ,x] == ۰

دیفرانسیل کل عبارت $f = x^{۲} + y^{۲}$

D t[f]

۲x Dt[x] + ۲ yDt[y]

$Dt\ [x^{۴} + ۲\ y[x]^{۲} - x\ y[x] - ۲\ y[x]x^{۲} == 4, x]$

$۴\ x^{۳} - y[x] - ۴\ x\ y[x] - x\ y'[x] - ۲x^{۲}\ y'[x] + 4\ y[x]\ y'[x] == 0$

انتگرال نامعین و انتگرال معین :

دستور العمل های کلی به صورت زیر است :

انتگرال نا معین f $\int fdx$ انتگرال معین f در $[a, b]$: $\int_a^b f(x)dx$ تقریب عددی $\int_a^b f(x)dx$	

توجه :a و b می توانند عدد ، حرف و حتی بینهایت نیز باشند.

مثال ۱-۶۹. *محاسبه* $\int \frac{xdx}{x^{۲}+۱}$

Integrate[x/(x^۲ + ۱), x]

$\frac{\log(۱+x^{۲})}{۲}$

محاسبه $\int tx^{۲}dx$

Integrate [x^۲ + ۱, x]

$\frac{x^{۳}}{۳} + x$

محاسبه $\int tx^{۲}dt$

Integrate [x^۲ * t, t]

$\frac{t^2x^2}{2}$

محاسبه $\int_a^b x^2 dx$

Integrate [x^۲, {x, a, b}]

$-\frac{a^3}{3}+\frac{b^3}{3}$

محاسبه $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$ Integrate [E^(−X), {X, ۰, Infinity}]

۱

محاسبه $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2}$:

Integrat

$\frac{E^x}{1+x}$

دستور Integrate در مواقعی که تابع اولیه شکل صریحی بر حسب توابع مقدماتی ریاضی ندارد ، قابل اجرا نیست. در این موارد از دستور NIntegrate سودمی جوییم. این دستور تابع را با روشهای عددی در فاصله مورد نظر تقریب می زند.

مثال۱-۷۰. محاسبه $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}$ Integrate [Sin[x]/x , {x, ۰ جواب نمی دهد لذا به صورت زیر عمل می‌کنیم.

Integrate[Sin[x]/x, {x, ۰,۱}]

SinIntegral[۱]

NIntegrate [Sin[x]/x, {x, ۰,۱}]

۰.۹۴۶۰۸۳

محاسبه انتگرال معین به کمک مجموع ریمان :

می دانیم اگر f بر $[a,b]$ انتگرال پذیر باشد آنگاه :

$$\int_a^b f(x)dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=۱}^{n} f\left(a+\frac{b-a}{n}i\right)\frac{b-a}{n}$$

مثال۱-۷۱. $\int_۱^n (x^۲+۱)dx$ به را مستقیما" دست آورید.

ابتدا بسته Symbolic Sum را در فلدرAlgebra ،بار (load) می کنیم یعنی قرار می دهیم :

$<< Algebra\text{'}Symbolic\ Sum\text{'}$

در اینجا $a=۱$ و$b=n$ پس به صورت زیر عمل می کنیم : Clear[f]

محاسبه مجموع ریمان

f[x_] = x^۲ + ۱;

r = ۲/n * Sum[f[۱ + ۳ * i/n], {i, ۱, n}]

$\frac{۳+۱۵n+۱۶n^۲}{n^۲}$

محاسبه حد مجموع ریمان

Limit[r, n → Infinity]

به طریق مشابه می توانیم انتگرال را با استفاده از مجموعه ها ی بالایی و پایینی یافت.

کاربردهای انتگرال معین :

الف-محاسبه سطح بین دومنحنی :

هر گاه fوg دو منحنی باشدآنگاه مساحت ناحیه محصور بین f وg وخطوط x = a وx=b عبارت است از:

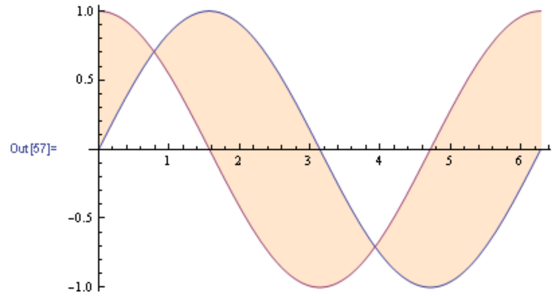
$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$

توجه : برای رنگی نمودن فواصل بین دو تابع در محدوده تعریف شده میتوان از دستور Filling در داخل دستور اصلی مطابق مثال زیر استفاده نمود.

مثال۱-۷۲.سطح محصور بین دو منحنی $\sin x$ و $\cos x$ و خطوط $x = ۰$ و $x = ۲\pi$

ابتدا نمودار دو تابع را در فاصله ی فوق می بینیم:

Plot[{Sin[x], Cos[x]}, {x, ۰,۲ Pi}], *Filling* → {۱ → {۲}}, FillhngStyle → Lightorange]



برای محاسبه ی انتگرال $\int^{۲\pi} |\sin x - \cos x| \, dx$ باید از دستور NIntegrate استفاده کنیم.

NIntegrate[Abs[Sin[x] − Cos[x]], {x, ۰,۲ Pi}]
۵.۶۵۶۸۵

ب – حجم اجسام دوار:

فرمول های محاسبه ی حجم اجسام دوار عبارتند از : $\pi\int_a^b f(x^۲)dx$, $۲\pi \int_a^b x\, f(x)dx$

مثال۱-۷۳.حجم حاصل از دوران ناحیه ی محصور به منحنی $y = \text{Sin}\, x$, $x = ۰$ و $x = \pi$(حول محور x ها)

Clear[f];

f[x_] = Sin[x];

Integrate[Pi * f[x]^۲, {x, ۰, Pi}]

$\frac{\pi^۲}{۲}$

Integrate[۲ Pi * x * f[x], {x, ۰, Pi}]

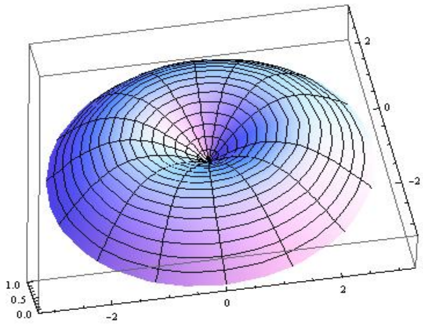
$۲\pi^۲$

برای رسم هر یک از ناحیه های فوق از ParametricPlot۳Dاستفاده میکنیم.

مثال۱-۷۴.

ParametricPlot۳D[{r Cos[t], r Sin[t], f[r]},

{r, ۰, Pi}, {t, ۰,۲ Pi}]



پ - طول منحنی :

عبارت است از:((b, f(b)) تانقطه (a, f(a) ازنقطه($y = f(x)$طول منحنی همواره

$$L = \int_a^b \sqrt{۱ + f'(x)^۲}\, dx$$

مثال۱-۷۵. طول منحنی$y = \text{Sin}x$را از نقطه $x = ۰$تا نقطه $x = \pi$

Clear[f]f[x_] = Sin[x]; NIntegrate[Sqrt[۱ + f′[x]^۲], {x, ۰, Pi}]

۳.۸۲۰۲

انتگرالهای نا سره :

فرم کلی دستورات این نوع انتگرالها شبیه فرم محاسبه انتگرال معین است منتها با کرانهای بینهایت است .

Integrate[f[x], {x, a, Infinity}]	$\int_a^\infty f(x)dx$
Integrate[f[x], {x , −Infinity, b}]	$\int_{-\infty}^b f(x)dx$
Integrate[f[x]], {x, −Infinity, Infinity}	$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$

در صورتی که نیاز به محاسبه مقدار تقریبی انتگرال باشد باید از دستورالعمل NIntegrate بجای Integrate سود جست.

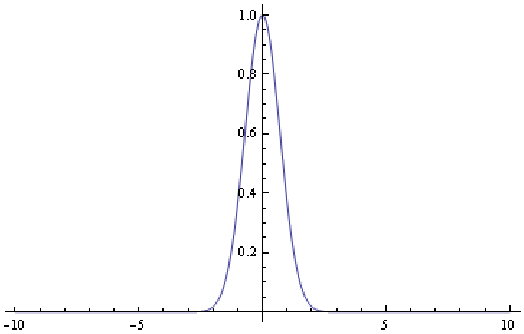
مثال۱-۷۶. محاسبه کنید

f[x_] = ۱/(x^۲ + ۱)
$۱/(۱ + x^۲)$
Integrate [f[x], {x, ۰, Infinity}]
$\frac{\pi}{۲}$
Integrate [f[x], {x, −Infinity, Infinity}]
π
NIntegrate[۱/(Exp[x^۲] + ۵), {x, ۱, Infinity}]
۰.۰۷۴۴۱۴۲

NIntegrate[۱/(x + ۱)^(۱/۳), {x, −۱,۲}]

۳.۱۲۰۱۳

Plot[Exp[−x^۲], {x, −۱۰,۱۰}, {PlotRang−> *All*

Out[6]=


۱-۴-۱۶ دنباله وسری

یک دنباله مانند $\{a_n\}$ تابعی از اعدا د طبیعی در R است در واقع : $a_n = a[n]$

$a_n : N \to R$

محا سبه حد دنباله $\{a_n\}$		
محا سبه عددی حد دنباله $\{a_n\}$	N	
تعیین مقدار $\sum_{i=۱}^{\infty} a_i$ (درصورت همگرایی)		
تقریب عددی $\sum_{i=۱}^{\infty} a_i$		

مثال۱-۷۷.برای تعیین همگرایی دنباله به صورت زیر عمل می کنیم :

$$\text{Limit}\left[\frac{۲*n+۱۳}{*n+۱}, n \to \text{Infinity}\right]$$

دنباله همگرا به $\frac{۳۲}{۲۳}$ است

مثال۱-۷۸.برای تعیین همگرایی دنباله $\{\frac{(-۱)^n ۲^n}{e^n}\}$ ابتدا از دستور Limit استفاده می کنیم:

$$\text{Limit}[(-۱)\text{^}n * ۲\text{^}n/E\text{^}n, n-> \text{Infinity}]$$

جوابی که دریافت می کنیم در حقیقت تکرار خود سوال است در این حالت باید از دستورNLimit استفاده کنیم این دستور در folder(فولدر) (Numerica) قرار دارد وبنا به انچه قبلا توضیح دادیم ابتدا دستور زیر را اجرا کرده سپس از دستور NLimit برای اجرای مجدد دنباله استفاده می کنیم.

```
Needs[ "Numericalcalculus`" ]

NLimit[(−۱)^n ∗ ۲^n/E^n, n−> Infinity]
```

که همگرا به صفر است.

مثال۱-۷۹.تعیین حاصل سری $\sum_{k=۱}^{\infty} \frac{۱}{k^۲+۳k+۲}$

Sum[١/(k^٢ + ٣ * k
+ ٢), {k, ١, Infinity}]

١٢

مثال۴-۵: برای هر $١ > |x|$ میدانید $\sum_{i=١}^{\infty} x^{i}$ همگرا به $\frac{١١}{-x}$ است . فرض کنید $|x| < ١$ برای محاسبه

$\sum_{i=١}^{\infty} x^{٣i}$ داریم:

Sum[Ix^(٣ * i), {i, ١, Infinity}]

همچنین سری در همگراست لذا قرار می دهیم

$\frac{x^{٣}}{١-x^{٣}}$

آزمونهای همگرایی :

برای تعیین همگرایی یا واگرایی سریها از آزمونهای مختلفی میتوان استفاده کرد که چند مورد را در قالب مثالها بررسی میکنیم .

مثال۱-۸۰. بااستفاده از آزمون انتگرال در همگرایی سری $\sum_{n=١}^{\infty} \frac{x}{٣^{n}}$ بحث مینما ییم .

f[x_] = x/٣^x; Integrate[x/٣^x, {x, ١, Infinity}]

$\frac{١+\mathrm{Log}[٣]}{٣\mathrm{Log}[x]^{٢}}$

هرگاه تعریف کنیم $f(x) = \frac{x}{٣^{x}}$ آنگاه تابع f نزولی مثبت و پیوسته است (در فاصله [١,+∞])بنا بر این آزمون انتگرال در مورد $\int_{١}^{+\infty} f(x)dx$ بحث می کنیم : وچون انتگرال $\int_{١}^{+\infty} f(x)dx$ همگرا است لذا سری فوق نیز همگراست.

سری های توانی :

Series[expr, {x, x. , n}]	بسط سری expr در نقطه $x = x.$ تا جمله $(x - x.)^{n}$ با قطع جمله خطای Series یک عبارت معمولی می دهد

مثال۱-۸۱. بسط سری تابع e^{x} در $x=۰$ را تا جمله چهارم (چند جملهای مکلورن درجه ۴)

Series[E^x, {x, ۰,۴}]

$۱+x+\frac{x^{۲}}{۲}+\frac{x^{۳}}{۶}+\frac{x^{۴}}{۲۴}+o[x]^{۵}$

مثال ۱-۸۲. چند جمله ای تیلر درجه ۴ تابع e^{x} حول $x=۱$

Series[E^x, {x, ۱,۴}]

$e+e(x-۱)+\frac{۱}{۲}e(x-۱)^{۲}+\frac{۱}{۶}e(x-۱)^{۳}+\frac{۱}{۲۴}e(x-۱)^{۴}+۰(x-۱)^{۵}$

Normal[%]

$e+e(x-۱)+\frac{۱}{۲}e(x-۱)^{۲}+\frac{۱}{۶}e(x-۱)^{۳}+\frac{۱}{۲۴}e(x-۱)^{۴}$

مثال۱-۸۳. چند جمله ای های مکلورن درجه ۳ و۵ و ۹ تابع Sinx را بدست آورده با Sinx رسم میکنیم Plot[{e۳, e۵, e۹, Sin[x]}, {x, −۴,۴}]

$e_{۳}$ = Normal[Series[Sin[x], {x, ۰,۳}]]

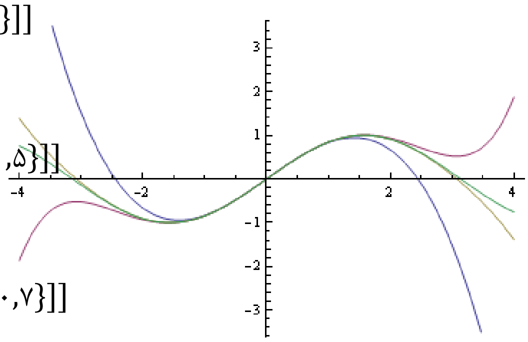
$x-\frac{x^{۳}}{۶}$

$e_{۵}$ = Normal[Series[Sin[x], {x, ۰,۵}]]

$x-\frac{x^{۳}}{۶}+\frac{x^{۵}}{۱۲۰}$

$e_{۷}$ = Normal[Series[Sin[x], {x, ۰,۷}]]

Out[27]=



۱-۴-۱۷ مختصات قطبی

در مختصات قطبی هر نقطه با (r,t) نمایش داده می شود وداریم : $x=r\text{Cos}t$ $y=r\text{Sin}t$ حال اگر $r=r(\theta)$ معادله یک منحنی در مختصات قطبی باشد آنگاهفرم پارامتری آن به صورت : $x=r(\theta)\text{Cos}\theta \ , \ y=r(\theta)\text{Sin}\theta$ است.

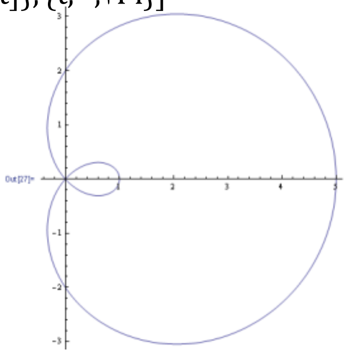
رسم منحنی قطبی $r = r(t)$ در $a \le t \le b$	F
رسم منحنی قطبی $r(t)$ در $a \le t \le b$	

مثال۱-۸۴. لیماسون دارای معادله ای به فرم است که در سه حالت و و دارای شکل مربوط به خود است به عنوان مثال برای رسم که به هر دوروش میتوان عمل کرد .

R[t_] = ۲ + ۳Cos[t];

۱)ParametricPlot[{r[t] Cos[t], r[t] Sin[t]}, {t, ۰,۲Pi}]

۲)PolarPlot[۲ + ۳Cos[۳t], {t, ۰,۲Pi}]



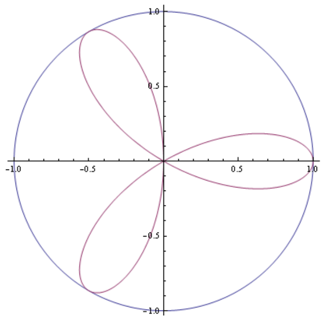
می بینیم که در هر دو روش۱و۲جواب یکی است.

توجه : در استفاده از دستورPolarPlot ابتدا باکمک منوی Help باید این دستور را در Helpکه پس از انتخاب اولین برگ ایجاد میشودودر قسمت بالای Help دستور مذکور را نوشته و دکمه اینتر رازده بعد از اجرای اولین دستور آماده برای اجرای دستورات بعدی می شود .

مثال۱-۸۵. رسم دو منحنی $r = \text{Cos}۳\theta$, $r = ۱$

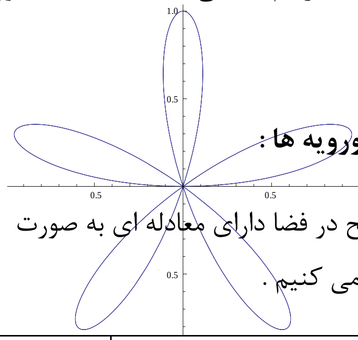
r[t_] = Cos[۳t];

PolarPlot[{۱, r[t]}, {t, ۰,۲Pi}]



مثال۱-۸۶. رسم منحنی $\mathrm{Sin}(۵t)$ که به صورت ستاره پنج پر می باشد.

PolarPlot[{Sin[۵t]}, {t, ۰,۲Pi}]



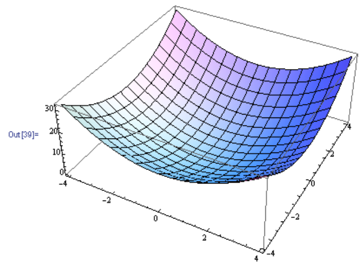
سطوح ورویه ها :

یک سطح در فضا دارای معادله ای به صورت یا است در رسم سطوح از دستورهای گرافیکی استفاده می کنیم .

رسم سه بعدی معادلات رسم سه بعدی معادلات پارامتری	Plot۳D[f[, {x, a, b}, {y, c, d}] ParametricPlot۳D[{x[t, s], y[t, s], z[t, s]} s, $s_۱ s_۲$}, {t, $t_۱$ t$_۲$}]

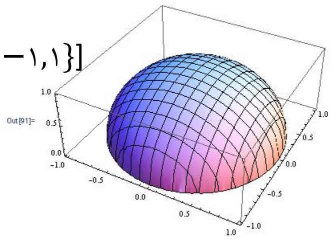
مثال۱-۸۷. رسم سهمیگون $x^۲ + y^۲ = z$ در فاصله $-۴ \le x \le ۴$ و $-۴ \le y \le ۴$

Plot۳D[x^۲ + y^۲, {x, −۴,۴}, {y, −۴,۴}]

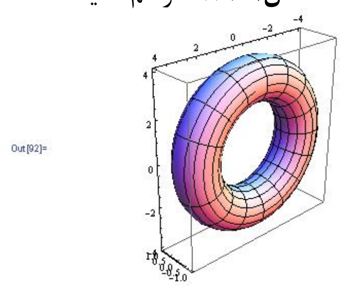


مثال۱-۸۸. معادله یک کره واحد در مختصات دکارتی به صورت $x^۲ + y^۲ + z^۲ = ۱$ می باشد .

Plot۳D[Sqrt[۱ − x^۲ − y^۲], {x, −۱,۱}, {y, −۱,۱}]



مثال۱-۸۹. رسم کنید معادله پارامتری



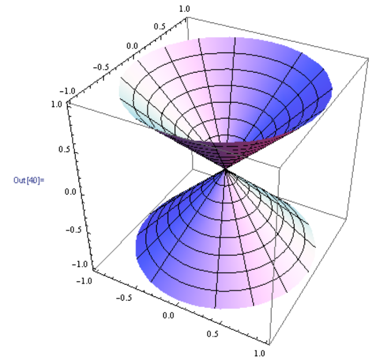
ParametricPlot۳D[{Cos[t](۳ + Cos[u])

, Sin[t](۳ + Cos[u]), Sin[u]}, {t, ۰,۲Pi}, {u, ۰,۲Pi}]

مثال۱-۹۰. رسم کنید معادله پارا متری:

ParametricPlot۳D[{u Sin[t]

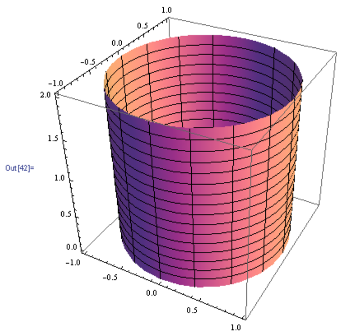
, u*Cos*[t], u}, {t, ۰,۲Pi}, {u, −۱,۱}]



مثال۱-۹۱.می خواهیم استوانه $x^{۲} + y^{۲} = ۱$ را رسم کنیم.

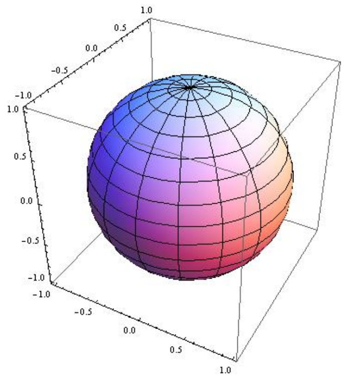
ParametricPlot۳D[{Sin[t], Cos[t], u},

{t, ۰,۲Pi}, {u, ۰,۲}]



مثال۱-۹۲.می خواهیم کره ای با مختصات قطبی رسم کنیم.

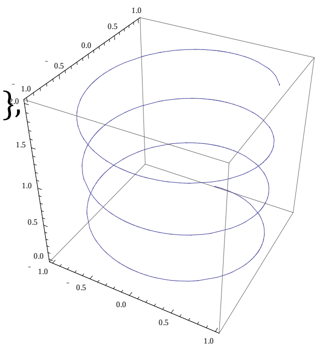
ParametricPlot۳D[{Cos[t]Cos[u]



, Sin[t]Cos[u], Sin[u]}, {t, ۰,۲Pi}, {u, −Pi/۲, Pi/۲}]

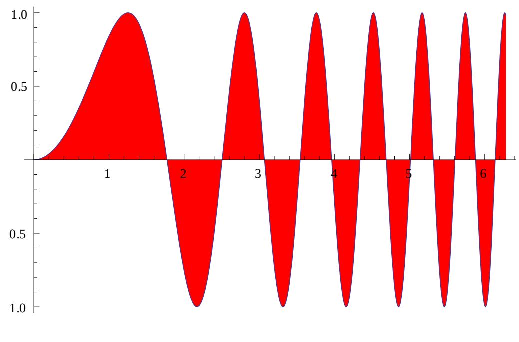
مثال۱-۹۳.رسم منحنی helix یعنی مارپیچ یا منحنی هزلولی .

ParametricPlot۳D[{Sin[u], Cos[u], u/۱۰},
{u, ۰,۲۰}]



مثال۱-۹۴.رسم تا بع $Sin[x^{۲}]$ در فاصله $۰ \leq x \leq ۲Pi$ و رنگی نمودن سطح محدود با محور x

Plot[Sin[x۲], {x, ۰,۲Pi}, Filling Axis, Fillhng StyleRed]



فصل دوم: MAPLE

مقدمه

یکی از دستاوردهای مهم علوم رایانه در سالهای اخیر ارائه نرم افزارهای هوشمند و قدرتمند در محاسبات و حل مسائل پیچیده است به گونه ایی که کمتر مساله ایی را می توان یافت که رایانه ها قدرت پردازش و تحلیل آن را نداشته باشند.

اصولاً نرم افزارها برخی کاملاً تخصصی و فقط در زمینه های خاصی مورد استفاده قرار می گیرند. مانند نرم افزارهای آماری، مهندسی، پزشکی، علوم اقتصادی، بهینه سازی و غیره. برخی دیگر از نرم افزارها به صورت عام تر بوده و موضوعات بیشتری را در بر می گیرند. یکی از این نرم افزارها در زمینه عمومی ریاضیات، نرم افزار Maple می باشد.

نسخه جاری Maple نسخه ۹ Maple است. نسخه قبلی Maple ۸ بود و قبل از آن نسخه های ۷ ، ۶ ، ۵، طراحی شده اند و در سال ۱۹۹۴ نسخه ۴ این برنامه طراحی شده است.

با توجه به اینکه تغییرات بین نسخه های ۸،۷و۹زیاد نیست اکثر قسمتهای این پروژه را می توان برای این نسخه ها نیز به کار برد.

آخرین ویرایش این نرم افزار Maple ۹ می باشد که این نسخه با ویرایش های ۷و۸حدود ۲۰٪ الی ۳۰٪ تفاوت دارد. بطور مثال برنامه نویسی در نسخه جدیدخیلی ساده تر و راحت تر صورت می گیرد و یا در قسمت کاربردهای آماری دستورات جدیدتر با قابلیت های

بیشتری گنجانده شده است همچنین نقل و انتقال اطلاعات از یک مکان خارج از محیط Maple به داخل آن با سهولت و امکانات بیشتری همراه شده است .

اهمیت این نرم افزار در قدرتمندی فوق العاده آن در زمینه های مختلف ریاضی از جمله در موارد زیر است :

- محاسبات حد , مشتق , انتگرال و دیگر مفاهیم حساب دیفرانسیل وانتگرال توا بع یک ,دو و چند متغیره
- حل مسائل بهینه سازی وپیدا کردن نقاط Max وMinو نیز رسم توابع
- رسم ومتحرک سازی رویه ها در فضای سه بعدی
- حل مسا ئل معادلات دیفرانسیل معمولی و جزئی و پیدا کردن جواب عمومی وخصوصی آنها
- انجام عملیات سطری وستونی در ماتریس ها و پیدا کردن بردارها و مقادیر ویژه متناظر آنها
- انجام کلیه محاسبات جبری مربوط به چندجمله ایها و توابع گویا
- محاسبات مربوط به اعداد و توابع مختلط
- قابلیت محاسبات سریع مربوط به توابع خاص مانند تابع بسل ،گاما و غیره
- محاسبه سریع سری های فوریه و تبدیلات انتگرالی
- انجام محاسبات آماری نظیر پیدا کردن میانگین، پراش، امید ریاضی، و نیز تحلیل داده ها و رگرسیون خطی و غیره

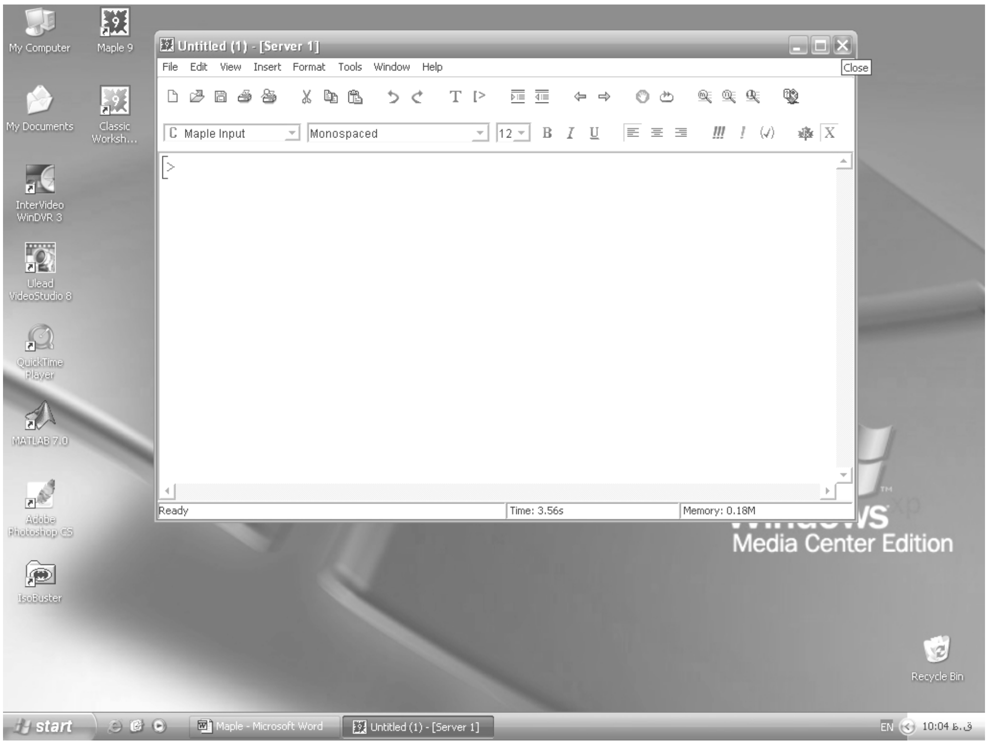
۲-۱ طریقه نصب ۹ Maple

سیستم جبری ۹ Maple تحت سیستم عامل Windows طراحی شده است روش نصب و اجرای این سیستم عامل را توضیح می دهیم. برای نصب۹ Maple تحت Windows ابتدا وارد محیط Windows می شویم سپس CD محتوی نرم ا فزار ۹ Maple را در جایگاه خود قرار داده و از طریق My computer آن را باز می کنیم پنجره ای باز می شود سپس با اجرای فایل اجرائی Setup و نوشتن رمز آن که در صفحه Serial List قرار دارد و نیز با انتخاب درایو مورد نظر برنامه روی مسیر مشخص پیش بینی شده قرار می گیرد و نصب می گردد بعد

از نصب با انتخاب فایل اجرایی ۹ Maple و ثبت Enter یا با انتخاب نشان ۹ Maple همراه با دو بار کلیک کردن ماوس وارد محیط می شویم.

برای خروج از این برنامه با انتخاب Exit در منوی File یا کلیک ☒ یا Alt + F۶ بعد از پاسخ دادن به سوالی مبنی بر ذخیره برنامه می توان از محیط ۹ Maple خارج شد.

۲-۲ Maple تحت Windows



شکل فوق نسخه ۹ Maple تحت Windows را نشان می دهد. این شکل دارای تمام بخشهای یک پنجره کاربردی استاندارد است. روی لبه بیرونی شکل مرزی وجود دارد که با ماوس می توان آن را کشید و اندازه صفحه را تغییر داد. در سمت راست ردیف بالا، کلیدهای حداقل کردن اندازه صفحه و حداکثر کردن آن قرار دارند، با فشردن این کلید ها به ترتیب پنجره به یک تصویر تبدیل شده و یا کل صفحه مانیتور را می پوشاند.

زیر " ردیف عنوان"،" رد یف منو" قرار دارد. با فشردن هر یک از موارد، یک منو به سمت پایین باز می گردد.

پایین"ردیف منو" ،"ردیف ابزار" وجوددارد که شامل تعدادی کلید است. اگر هر یک از این کلیدها را با ماوس فشار دهید، پنجره ای دیگر رو به پایین باز می شود که در آن ردیف هایی برای انجام عملیات مختلف وجود دارد. تمام این پنجره ها به تنهایی نیز دارای یک مرز،

ردیف های عنوان،منوهای کنترلی وکلید های حداقل وحداکثر کردن می باشد. ما معمولا با یک صفحه کار سر وکار داریم ولذا می توانیم اندازه آن را حداکثر کنیم ،ولی در صورت نیاز می توان چندین صفحه کار مثل صفحات کمکی،صفحه ترسیم وغیره را بطور همزمان مشاهده کرد. بدلیل اینکه صفحات کار ممکن است تا ماورای مرزها نیز کشیده شود،کلیدی نیز در لبه راست وجود دارد که به کمک آن می توان صفحه کار را در موقعیت دلخواه قرار داد.

صفحه کار به گروههایی تقسیم بندی شده است.محدوده هریک ازاین گروهها بایک کروشه"["در لبه سمت چپ تعیین می گردد.هریک از گروهها دارای یک prompt با ورودی ریاضی(یک ناحیه ورودی)ویک خروجی برای نتایج آن ورودی(یک ناحیه خروجی) هستند.

۲-۳ بارسازی کتابخانه ها

وقتی Maple بار می شود فقط هسته را که پایه و اساس سیستم Maple است و شامل دستورات بنیادی و اولیه می باشد به حافظه منتقل می کند. هسته از کدهایی تشکیل شده که تقریباً ۱۰٪ از کل سیستم Maple می باشد. طراحان Maple به منظور سرعت و کارآیی آن به طور استادانه ای هسته را کوچک نگه داشته اند ۹۰٪ بقیه به زبان Maple نوشته شده است که در کتابخانه Maple قرار دارد.

کتابخانه به سه دسته تقسیم می شود:

۱. کتابخانه اصلی، شامل دستوراتی می باشد که در صورت فراخوانی خیلی سریع به حافظه منتقل شده و اجرا می شود
۲. کتابخانه متفرقه، شامل بسیاری از دستوراتی است که کمتر به کار می رود و آنها را باید قبل از استفاده با دستور readlib فراخواند
۳. بسته و زیر بسته ها، گروهی دستور خاص که به منظور خاص به هم مربوط می شوند را شامل می شود برای استفاده از دستورات این قسمت ابتدا باید بسته یا زیر بسته حاوی این دستورات را با یکی از دو روش زیر بار کنیم تا بتوانیم از آنها استفاده نماییم.

بارسازی بسته pack همراه با نمایش دستورات	>with(pack);

آن	
بارسازی f ها در بسته pack حاوی آنها	>with(pack,f۱,f۲, ...);

📖نکته: محتویات بسته فقط کافی است که یک بار در طول کار باز شود و بعد از آن می توانیداز تمامی فرمان ها و توابع بسته برای ادامه کار استفاده کنید.

اگر از (;) بجای (:)، بعد از فرمان with استفاده کنید Maple لیست تمام فرمان های موجود در بسته را بر روی صفحه نمایش چاپ می کند. هنگامی که فقط یک فرمان را از بسته نیاز دارید، نیازی نیست که با استفاده از with تمام فرمانهای بسته را فرابخوانید بلکه می توانید ابتدا نام بسته و سپس در داخل کروشه نام فرمان مورد نیاز را بیاورید. به عنوان مثال:

```
>plots[implicitplot];
```

۴-۲ استفاده از Help

Maple دارای هزاران تابع و فرمان است. خوشبختانه، بسیار بعید است که به همه آنها نیاز پیدا کنید. اگر به فرمانی نیاز دارید و با آن ناآشنا هستید، می توانید از امکانات Help به سهولت استفاده کنید. به عنوان مثال، برای کمک گیری در مورد فرمان expand می توانید به صورت زیر عمل کنید

```
>?expand;
```

گاهی اوقات نوشتار صفحه کمک تخصصی است و ممکن است کاملاً برای شما قابل فهم نباشددر عین حال، صفحات کمک همیشه به تعدادی مثال ختم می شوند که می توانید برای تفهیم فرمان از آنها کمک بگیرید.

اگر نام آنچه را نیاز دارید نمی دانید، می توانید آن را در فهرست جستجو کنید. برای دستیابی به لیستی از مقوله های فهرست از ?index استفاده کنید. به ویژه لیستی از فرمانها و

توابع را در کتابخانه استاندارد در اختیار شما قرار می دهد (یعنی، آنهایی را که همیشه می توان استفاده کرد، بدون آنکه مجبور باشیم از Maple فراخوانی کنیم) اغلب نامها، نزدیکی بسیار زیادی به همان لغت انگلیسی دارند که شما قادر هستید حدس بزنید که بدان نیاز دارید.

۲-۵ مروری بر قسمتی از امکانات

Maple برای prompt از نماد > استفاده می کند و دستورات در سمت راست prompt واقع می شوند. هر دستور را با نماد ; یا : به پایان می رسانیم اگر از : استفاده کنیم دستور اجرا می شود ولی خروجی چاپ نمی شود ولی هنگام استفاده از ; خروجی چاپ می شود. توجه شود که Maple از قواعد تقدم جبری استفاده می کند.

نماد ٪ به معنی نتیجه قبل است و نماد ٪٪ به معنی نتیجه قبل از قبل است ولی برای نتایج قبل تر نمادی نداریم. نماد ٪ را عملگر **ditto** می نامیم.

۲-۵-۱ حساب دیفرانسیل وانتگرال

حد

مقدار تابع f در همسایگی نقطه .x (احتمالاً بجز نقطه .x) در صورت وجود حد تابع f(x) می باشد درMaple دو روش برای تعریف حد تابع موجود است: Limit وlimit که تفاوت آنها در این است که limitحد را محاسبه می کند در حالی که Limit این کار را انجام نمی دهد و فرم تابع را نشان می دهد.

حد عبارت f(x) هنگامی که x→a همراه با نمایش Limit	**> Limit(f(x),x=a);value(%);**
حد عبارت f(x) هنگامی که x→a	**> limit(f(x),x=a);**
حد چپ تابع f(x) در نقطه دلخواه x=a همراه با نمایش فرم حدی	**> Limit(f(x),x=a,left);value(%);**

> limit(f(x),x=a,left);	حد چپ تابع f(x) در نقطه دلخواه x=a
> Limit(f(x),x=a,right);value(%);	حد راست تابع f(x) در نقطه دلخواه x=a همراه با نمایش فرم حدی
> limit(f(x),x=a,right);	حد راست تابع f(x) در نقطه دلخواه x=a
>Limit(f(x),x=-infinity);value(%);	حد منفی بینهایت تابع f(x) همراه با نمایش فرم حدی
> limit(f(x),x=-infinity);	حد منفی بینهایت تابع f(x)
> Limit(f(x),x=infinity);value(%);	حد مثبت بینهایت تابع f(x) همراه با نمایش فرم حدی
> limit(f(x),x=infinity);	حد مثبت بینهایت تابع f(x)

مثال۲-۱. مطلوب است برای تابع زیر حد، حدود چپ و راست و حد در بی نهایت محاسبه گردد.

$f(x)=۲^{۱/x}$

> Limit(۲^(۱/x),x=۰);value(%);

$$\lim_{x \to 0} 2^{\left(\frac{1}{x}\right)}$$

$$undefined$$

> Limit(۲^(۱/x),x=۰,left);value(%);

$$\lim_{x \to 0-} 2^{\left(\frac{1}{x}\right)}$$

$$0$$

> Limit(۲^(۱/x),x=۰,right);value(%);

$$\lim_{x \to 0+} 2^{\left(\frac{1}{x}\right)}$$

$$\infty$$

> Limit(۲^(۱/x),x=-infinity);value(%);

$$\lim_{x \to -\infty} 2^{\left(\frac{1}{x}\right)}$$

$$1$$

پیوستگی

تابع f(x) در نقطه .xپیوسته می باشد اگر حد تابع و مقدار تابع در آن نقطه موجود و با هم برابرباشند. در سیستمMaple در مورد پیوستگی چندین دستور موجود است برای

تعیین نقاط ناپیوستگی ابتدا بایستی تابع کتابخانه ای discont توسط دستور readlib(discont) خوانده شود.

نقاط ناپیوستگی تابع f(x) را تعیین می کند	>discont(f(x),x);

مثال۲-۲. مطلوب است محاسبه نقاط نا پیوستگی تابع زیر

$$\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$$

> discont((sqrt(x)-۲)/(x-٤),x);

$$\{0, 4\}$$

مشتق

آهنگ تغییرات تابع f(x) در نقطه x در صورت وجود مشتق تابع در x نامیده می شود. در Maple این عمل با D یا diff بررسی می شود وبرای محاسبه مشتق مراتب بالاتر می توان از تکرار @@ یا علامت تکرار $ استفاده کرد.

عملگر دیفرانسیل برای توابع	>D(expr)(x);
مثال۲-۳. مطلوب است مشتق تابع $Y=\exp(x)+\cos(x)^{۲}+pi+tg(x)$ **> D(exp+cos^۲+Pi+tan)(x);** $e^x - 2\sin(x)\cos(x) + 1 + \tan(x)^2$	
مشتق عبارت f نسبت به متغیر x	**>diff(f,x);**
مثال۲-۴.مطلوب است مشتق تابع $Y=x^{۲}\sin(e^{x})$	

> diff(x^۲*sin(exp(x)),x); $$2\,x\sin(e^x)+x^2\cos(e^x)\,e^x$$	
>(D@@ n)(f)(x);	مشتق مرتبه nام تابع f(x) به صورت نمادی
مثال۲-۵.مطلوب است مشتق دوم تابع y=$(1+x^2)^3$ **> (D@@۲)((۱+x^۲)^۳);** $$6\,D^{(2)}(x)\,x\,(1+x^2)^2+6\,D(x)^2\,(1+x^2)^2+24\,D(x)^2\,x^2\,(1+x^2)$$	
>diff(f(x), x $ n);	مشتق مرتبه n ام تابع f(x)
مثال۲-۶.مطلوب است مشتق دوم تابع y= **> diff(٥*x^۱۰+۱۰*x^٥+٤,x$۲);** $$450\,x^8+200\,x^3$$	
>eq۱:=equ=a: >implicitdiff(eq۱,y,x);	مشتق تابع ضمنی equ=a با این فرض که x متغییر مستقل باشد، از دو دستور استفاده می شود
مثال۲-۷.مطلوب است مشتق تابع ضمنی **> eq۱:=۲*x^۲*y+x*y^۳=٥:** **> implicitdiff(eq۱,y,x);**	

$$-\frac{y(4x+y^2)}{x(2x+3y^2)}$$

انتگرال

اگر f یک تابع بر حسب x باشد در آن صورت تعریف $\int_a^b f(x)dx$ به صورت int(f,x=a..b) است. برای انتگرال نا معین از int(f,x) استفاده می کنیم. فرمهای Int(f,x=a..b) و Int(f,x) نیز هستند که انتگرال را نمایش می دهند ولی آن را محاسبه نمی کنند.

انتگرال معین تابع f(x) در $a\le x\le b$ به همراه فرم انتگرال	> Int(f(x),x=a..b);value(%); > Int(f(x),x=a..b)=int(f,x=a..b);
انتگرال نامعین تابع f(x) همراه با فرم انتگرال	**> Int(f(x),x) ;value(%);** **>Int(f(x),x)= int(f(x),x);**
انتگرال ناسره تابع f(x) در فاصله x≥۰	**> Int(f(x),x=۰..infinity);value(%);**
انتگرال ناسره تابع f(x) در فاصله $-\infty<x<\infty$	**>Int(f(x),x=-infinity..infinity);value(%);**

مثال۲-۸.مطلوب است محاسبه انتگرال زیر

$$\int_{0}^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\sin(x)}{\cos(X)+\sin(x)}\,dx$$

>Int(sin(x)/(cos(X)+sin(x)),x=۰..Pi/۲)=int(sin(x)/(cos(x)+sin(x)),x=۰..Pi/۲);

$$\int_{0}^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\sin(x)}{\cos(X)+\sin(x)}\,dx = \frac{1}{4}\pi$$

مثال۲-۹. مطلوب است محاسبه انتگرال زیر

$$\int \frac{1+e^{(2\,x)}}{e^{x}}\,dx$$

> Int((۱+e^(۲*x))/e^x,x)=int((۱+e^(۲*x))/e^x,x);

$$\int \frac{1+e^{(2\,x)}}{e^{x}}\,dx = \frac{\dfrac{\left(\mathbf{e}^{(x\ln(e))}\right)^{2}}{\ln(e)} - \dfrac{1}{\ln(e)}}{\mathbf{e}^{(x\ln(e))}}$$

مثال۲-۱۰. مطلوب است محاسبه انتگرال زیر

$$\int_{0}^{\infty} e^{(-x^2)} \ln(x)\, dx$$

> Int(exp(-x^۲)*ln(x),x=۰..infinity)=int(exp(-x^۲)*ln(x) , x=۰..infinity);

$$\int_{0}^{\infty} e^{(-x^2)} \ln(x)\, dx = -\frac{1}{4}\sqrt{\pi}\,\gamma - \frac{1}{2}\sqrt{\pi}\ln(2)$$

مثال۲-۱۱.مطلوب است محاسبه انتگرال زیر

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2}\, dx$$

>Int(۱/(۱+x^۲),x=-infinity..infinity)=int(۱/(۱+x^۲),x=-infinity..infinity);

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2}\, dx = \pi$$

تکنیک های انتگرال گیری

انتگرال بعضی از توابع با دستورات Maple به طور صریح قابل محاسبه نیست در این حالت می توان با تکنیک های انتگرال گیری به محاسبه انتگرال مورد نظر پرداخت. بعضی از این تکنیک ها به صورت دستور در Maple موجود هستند.

- تغییر متغیر (جایگزینی)

اولین تکنیک جایگزینی است که می توان آن را به کمک فرمان changevar انجام داد که این فرمان در بسته student قراردارد فرض کنید که عبارتی به صورت زیر دارید:

expr=∫f(x)dx

برای تغییر متغیر انتگرالی از x به u که ارتباط آنها به صورت توابع (g(x)=h(u است می توان به صورت زیر عمل کرد.

> changevar(g(x)=h(u),expr,u);	**تغییر متغیر انتگرال**

مثال۲-۱۲. مطلوب است محاسبه انتگرال $\int_a^b (1/\sqrt{1-x^2})\,dx$ با تغییر متغیر (x=sin(u

> changevar(x=sin(u),int(sqrt(۱-x^۲),x=a..b),u);

$$-\frac{1}{2}a\sqrt{1-a^2}-\frac{1}{2}\arcsin(a)+\frac{1}{2}b\sqrt{1-b^2}+\frac{1}{2}\arcsin(b)$$

- انتگرال گیری جزء به جزء

برای انتگرال گیری جزء به جزء از تابع intparts در بسته student استفاده می‌شود. فرض کنید expr عبارتی شامل یک int باشد که بتوان آن را به صورت ∫udv نوشت آنگاه به منظور ایجاد uv-∫vdu می توان به صورت زیر عمل کرد.

> intparts(expr,u);	**انتگرال گیری جزءبه جزء**

مثال۲-۱۳.مطلوب است محاسبه انتگرال زیر

$$\int_{2}^{3} x^2 e^x \, dx$$

> intparts(int(x^۲*exp(x),x=۲..۳),x^۲);

$$-2e^2 + 5e^3$$

انتگرالهای چندگانه

برای محاسبه انتگرال چندگانه می توان از دستور int به صورت تو در تو استفاده کرد

- انتگرال دوگانه

برای محاسبه انتگرال دو گانه نامعین و معین تابع f(x,y) دستور Doubleint در بسته student موجود می باشد.

محاسبه انتگرال دوگانه زیر بر حسب دو انتگرال یگانه $\int_{c}^{d} \int_{a}^{b} f(x, y) \, dx \, dy$	> int(int(f(x,y),x=a..b),y=c..d);
محاسبه انتگرال دو گانه زیر بر حسب انتگرال دو گانه همراه فرم انتگرال دو گانه	**>Doubleint(f(x,y),x=a..b,y=c..d);value(%);**

$\int_{c}^{d}\int_{a}^{b} f(x,y)\,dx\,dy$	

مثال۲-۱۴.مطلوب است محاسبه انتگرال

$$\int_{0}^{1}\int_{0}^{1} y\,\mathrm{e}^{(x\,y)}\,dx\,dy$$

```
> int(int(y*exp(x*y),x=۰..۱),y=۰..۱);
```

$$\mathrm{e}-2$$

```
> Doubleint(y*exp(x*y),x=۰..۱,y=۰..۱);value(%);
```

$$\int_{0}^{1}\int_{0}^{1} y\,\mathrm{e}^{(x\,y)}\,dx\,dy$$

$$\mathrm{e}-2$$

- انتگرال سه گانه

برای محاسبه انتگرال سه گانه نامعین و معین تابع f(x,y,z) دستور Tripleint در بسته student موجود می باشد.

محاسبه سه گانه زیر بر حسب	> int(int(int(f(x,y,z),x=a..b),y=c..d),z=e..f);

سه انتگرال یگانه $$\int_e^f \int_c^d \int_a^b f(x, y, z)\, dx\, dy\, dz$$	
محاسبه سه گانه زیر بر حسب انتگرال سه گانه $$\int_e^f \int_c^d \int_a^b f(x, y, z)\, dx\, dy\, dz$$	**>Tripleint(f(x,y,z),x=a..b,y=c..d,z=e..f);value(%);**

مثال۲-۱۵. مطلوب است محاسبه انتگرال زیر

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{x+y} 1\, dz\, dy\, dx$$

```
> int(int(int(۱,z=۰..x+y),y=۰..۱-x),x=۰..۱);
```

$$\frac{1}{3}$$

```
> Tripleint(۱,z=۰..x+y,y=۰..۱-x,x=۰..۱);value(%);
```

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{x+y} 1\, dz\, dy\, dx$$

$$\frac{1}{3}$$

۲-۵-۲ دنباله ها

دنباله متناهی یا نامتناهی مرتب $\{a_n\}$ تابعی از زیر مجموعه اعداد طبیعی به اعداد حقیقی یا مختلط می باشد. در Maple تعریف دنباله با دستور seq معرفی می شود همچنین می توان با دستور pointplot دنباله را رسم نمود که در بسته plots قرار دارد.

> seq(f(i),i=۱..n);	**نمایش دنباله تابع f(i) تا جمله nام**

مثال۲-۱۶. مطلوب است محاسبه ۵ جمله اول دنباله $\{(1-1/(n+1)^2)^{n+1}\}$

```
> seq((۱-۱/(n+۱)^۲)^(n+۱),n=۱..۵);
```

$$\frac{9}{16}, \frac{512}{729}, \frac{50625}{65536}, \frac{7962624}{9765625}, \frac{1838265625}{2176782336}$$

۳-۵-۲ سری ها

مجموعه جملات دنباله $\{a_n\}$ می باشد که اگر این مجموع به سمت عددی میل کند دنباله همگراست و در غیر این صورت واگرا می باشد.

> sum('a(n),'n'=۱..a);	**محاسبه مجموع a جمله اول دنباله $\{a_n\}$**

مثال۲-۱۷. مطلوب است محاسبه عبارت $\sum_{n=1}^{\infty} e^n/n$

```
> sum('e^n/n!','n'=۱..infinity);
```

$$e^{e} - 1$$

- سری تیلور

اگر تابع f(x) در اطراف نقطه .x تحلیلی باشد آنگاه f(x) را می توان با یک سری توانی یکتا مانند $F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} Cn(x - x0)^n$ نمایش داد که $C_n=f^n(x.)/n!$

> taylor(f(x),x=a,n);	**بسط سری تیلور یک عبارت حول نقطه x=a تا مرتبه $o(x^n)$**

مثال۲-۱۸. سری تیلور تابع $(1+x)^{1/5}$ را در نقطه x=۰.۱ با خطای برشی حداقل ۴ محاسبه کنید

> taylor((۱+x)^(۱/۵),x=۰.۱,٤);

$$1.019244876 + 0.1853172502\,(x - 0.1) - 0.06738809098\,(x - 0.1)^2 + 0.03675714053\,(x - 0.1)^3 + O((x - 0.1)^4)$$

- تبدیل سری تیلور به یک چند جمله ای

> convert(%,polynom);	**تبدیل سری تیلور بدست آمده به یک چند جمله ای**

مثال۲-۱۹. مطلوب است تبدیل نتیجه مثال قبل به صورت یک چند جمله- ای

> convert(%,polynom);

$$1.000713151 + 0.1853172502\,x - 0.06738809098\,(x - 0.1)^2 + 0.03675714053\,(x - 0.1)^3$$

۲-۵-۴ جبر خطی

ماتریس

Matrix و Array مهمترین نوع داده ای هستند که در بسته Linear Algebra استفاده می شود توجه کنید که M و A را با حروف بزرگ نوشته ایم. از موارد matrix و array در بسته linalg استفاده می شود Matrix مثالی است که Maple آن را تحت عنوان rtable می شناسد برای اطلاعات بیشتر دستور rtable? را اجرا کنید

ایجاد ماتریس	> Array(۱..۲,۱..۲,[[a,b],[c,d]]; > Matrix(۲,۳,[[a,b,c],[d,e,f]);

مثال۲-۲۰.

> with(LinearAlgebra):

> Array(۱..۲,۱..۲,[[۱,۲],[۲,٤]]);

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

> Matrix(۲,۳,[[٤,۳,۳],[۰,۱,٥]]);

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

- ماتریس های خاص

ماتریس n*n با اعضای صفر	> Matrix(n);
ماتریس n*m با اعضای صفر	**> Matrix(n,m);**

ماتریس همانی n*n	>IndentityMatrix(n);
ماتریس تصادفی n*m	> RandomMatrix(n,m);

مثال۲-۲۱.

> Matrix(۲);

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

> Matrix(۲,۳);

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

> IdentityMatrix(۲);

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> RandomMatrix(۳,۳);

$$\begin{bmatrix} 28 & 87 & 89 \\ 84 & 90 & 40 \\ 91 & 0 & -56 \end{bmatrix}$$

- عملیات ماتریسی

Maple می تواند عملیات ماتریسی معمولی مانند جمع، ضرب، ضرب اسکالر، معکوس، ترانهاده و تریس را انجام دهد

عمل ماتریسی	نماد ریاضی	علامت گذاری در linag	علامت گذاری در LinearAlgebra
جمع	A+B	>A+B	>A+B
تفریق	A-B	>A-B	>A-B
ضرب اسکالر	c.A	>c*A	>c*A
ضرب ماتریسی	AB	>A&*B یا muliply(A,B)	>A.B یا Muliply(A,B)
توان ماتریسی	A^n	>A^n	> A^n
معکوس	$A^{-۱}$	>۱/A یا A^ یا inverse(A)	>۱/A یا A^ یا MatrixInverse(A)
ترانهاده	A^T	>transpose(A)	> Transpose(A)
تریس	trA	>trace(A)	> Trace(A)
دترمینان	detA	>determinant(A)	>Determinant(A)

مثال۲-۲۲. مطلوب است محاسبه جمع، تفریق، ضرب ماتریسی، معکوس، ترانهاده، تریس و دترمینان ماتریس های زیر

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 6 & 7 \\ 2 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

> A:=Matrix(۳,۳,[[۱,۲,۳],[٤,٥,٦],[۳,۲,۱]]):

> B:=Matrix(۳,۳,[[۲,٤,۳],[۳,٦,۷],[۲,۷,۱]]):

> A+B;

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 6 \\ 7 & 11 & 13 \\ 5 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

> A-B;

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

> A.B;

$$\begin{bmatrix} 14 & 37 & 20 \\ 35 & 88 & 53 \\ 14 & 31 & 24 \end{bmatrix}$$

> Multiply(A,B);

$$\begin{bmatrix} 14 & 37 & 20 \\ 35 & 88 & 53 \\ 14 & 31 & 24 \end{bmatrix}$$

> A^۲;

$$\begin{bmatrix} 18 & 18 & 18 \\ 42 & 45 & 48 \\ 14 & 18 & 22 \end{bmatrix}$$

> Determinant(A);

$$0$$

> Determinant(B);

$$-15$$

> ۱/B;

$$\begin{bmatrix} \frac{43}{15} & \frac{-17}{15} & \frac{-2}{3} \\ \frac{-11}{15} & \frac{4}{15} & \frac{1}{3} \\ \frac{-3}{5} & \frac{2}{5} & 0 \end{bmatrix}$$

> Transpose(A);

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

۲-۵-۵ معادلات دیفرانسیل

معادلات دیفرانسیل معمولی : معادله دیفرانسیلی که دارای یک متغیر باشد معادله دیفرانسیل معمولی نامیده می شود.

در Maple دو روش برای کد گذاری مشتق ها وجود دارد:

1. استفاده از diff یا Diff
2. استفاده از عملگر دیفرانسیل D

D(y)(x)	diff(y(x),x)	$\frac{d}{dx}y(x)$
(D@@۲)(y)(x)	diff(y(x),x,x)	$\frac{d^2}{dx^2}y(x)$

برای حل معادلات دیفرانسیل از دستور dsolve استفاده می شود که صورت کلی آن بصورت زیر است.

حل معادله دیفرانسیل de که شامل Y=y(x) است.	> dsolve(de,Y);

مثال۲-۲۳. معادله دیفرانسیل y"-۲y'+y=۰ را نشان داده و آن را حل کنید.

> Y:=y(x);

$$Y := y(x)$$

> dy:=diff(Y,x);

$$dy := \frac{d}{dx}y(x)$$

> ddy:=diff(%,x);

$$ddy := \frac{d^2}{dx^2}y(x)$$

> de:=ddy-۲*dy+Y=۰;

$$de := \left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right) - 2\left(\frac{d}{dx}y(x)\right) + y(x) = 0$$

> ans:=dsolve(de,Y);

$$ans := y(x) = \_C1\, e^x + \_C2\, e^x\, x$$

- معادله دیفرانسیل مرتبه اول

معادله ای که بالاترین مشتق موجود در آن برابر یک باشد و فرم کلی آن بصورت F(x,y,y')=۰ و جواب کلی آن y(x,c) می باشد که در آن c ثابت اختیاری می باشد برای حل این نوع معادلات نیز از دستور **dsolve** استفاده می شود

مثال۲-۲۴.معادله دیفرانسیل $y'=(1+y^2)/(xy(1+x^2))$ را نسبت به y(x) حل نمایید.

> dsolve(diff(y(x),x)=(۱+y(x)^۲)/(x*y(x)*(۱+x^۲)));

$$y(x) = \frac{\sqrt{(1+x^2)(-1+\_C1\,x^2)}}{1+x^2}, y(x) = -\frac{\sqrt{(1+x^2)(-1+\_C1\,x^2)}}{1+x^2}$$

برای حل معادلات دیفرانسیل با شرایط اولیه از دستور dsolve بصورت زیر استفاده می شود:

حل معادله دیفرانسیل de با شرایط اولیه.	> dsolve({de,رشته شرایط اولیه},y(x));

مثال۲-۲۵. معادله دیفرانسیل y'-yx=x با شرط y(۰)=۰ را نسبت به y(x) حل نمایید.

> dsolve({diff(y(x),x)-x*y(x)=x,y(۰)=۰},y(x));

$$y(x) = -1 + e^{\left(\frac{1}{2}x^2\right)}$$

برای حل معادلات دیفرانسیل با روش صریح از دستور implicit در بسته dsolve و برای درستی جواب معادلات دیفرانسیل از دستور odetest استفاده می شود که اگر نتیجه برابر صفر شود جواب درست است.

حل معادله دیفرانسیل de به روش صریح	> sol:= dsolve(de,implicit);
بررسی صادق بودن جواب در معادله	**> odetest(sol,de);**

مثال۲-۲۶. معادله دیفرانسیل y"+۲y'+۱۰y=۰ را به روش صریح حل کرده سپس در ستی آن را تحقیق کنید.

```
> ode:=diff(y(x),x,x)+۲*diff(y(x),x)+۱۰*y(x)=۰:
```

```
> sol:=dsolve(ode,implicit);
```

$$sol := y(x) = \_C1\, e^{(-x)} \sin(3\,x) + \_C2\, e^{(-x)} \cos(3\,x)$$

```
> odetest(sol,ode);
```

$$0$$

نکته: اگر خواسته باشیم با استفاده از یک منوی موضوعی به معادله خود نگاه کنیم روی معادله راست کلیک کرده منو باز می شود ابتدا DE را با استفاده از ماوس انتخاب کرده سپس روی solveD.E و پس از آن روی y(x) کلیک می کنیم.

– دسته بندی معادلات مرتبه اول

معادلات دیفرانسیل مرتبه اول بر حسب ساختار آنها به کلاس های مختلف تفکیک شده اند، برای تعیین کلاس یک معادله از دستور odeadvisor در بسته DEtools که شامل دستوراتی برای تفکیک، رسم و فهم بیشتر معادلات دیفرانسیل معمولی می- باشد استفاده می شود بعضی از مهمترین آنها عبارتند از:

- معادله جدایی پذیر[۱]: معادله ای به فرم y'=f(x)g(y) یک معادله جدایی پذیر نامیده می شود.

---

۱ .separable

- معادله همگن درجه nام[۲]: معادله ای به فرم $M(x,y)dx + N(x,y)dy=0$ یک معادله همگن درجه n ام نامیده می شود اگر $N(\lambda x,\lambda y)=\lambda^n N(x,y)$ و $M(\lambda x,\lambda y)=\lambda^n M(x,y)$
- معادله خطی[۳]: معادله ای به فرم $y'+f(x)y=r(x)$ یک معادله خطی نامیده می شود.
- معادله برنولی[۴]:معادله ای به فرم $y'+f(x)y=y^n r(x)$ یک معادله برنولی می باشد.
- معادله ریکاتی[۵]: معادله به فرم $y'+f(x)y=y^2 r(x)+g(x)$ یک معادله ریکاتی می باشد.

مثال۲-۲۷.نوع هر یک از معادلات مرتبه اول زیر را مشخص کنید.

1. $y'=e^{x+y}$
2. $xyy'+x^2-y^2=0$ ۲
3. $y'+2y=e^x$
4. $y'-y=xy^2$
5. $y'=x^3+2/x.\ y-(1/x).y^2$

```
> with(DEtools):
> DE:=diff(y(x),x)=exp(x+y(x)):
> odeadvisor(DE);
```

$$[\_separable]$$

```
> DE:=۲*x*y(x)*diff(y(x),x)+x^۲-y(x)^۲=۰:
> odeadvisor(DE);
```

$$[[\_homogeneous, class\ A], \_rational, \_Bernoulli]$$

```
> DE:=diff(y(x),x)+۲*y(x)=exp(x):
> odeadvisor(DE);
```

---

[۲]. homogeneous
[۳] .linear
[۴] .Bernoulli
[۵] .Riccati

[[_linear, class A]]

```
> DE:=diff(y(x),x)-y(x)=x*y(x)^۲:
```

```
> odeadvisor(DE);
```

[_Bernoulli]

```
> DE:=diff(y(x),x)=x^۳+۲/x*y(x)-۱/x*y(x)^۲:
```

```
> odeadvisor(DE);
```

[_rational, _Riccati]

- معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم

فرم کلی معادله مرتبه دوم بصورت F(x,y,y',y")=۰ می باشدکه جواب کلی آن به فرم $y(x,c_1,c_2)$ می باشد که در آن c_1 و c_2 ثابت های اختیاری می باشند.

مثال۲-۲۸.معادله دیفرانسیل y"-y'-۶y=۰ را با شرایط اولیه y(۰)=۳ , y'(۰)=-۴ حل کنید.

```
> dsolve({diff(y(x),x,x)-diff(y(x),x)-٦*y(x)=۰,y(۰)=۳,D(y)(۰) =-٤},y(x));
```

$$y(x) = \frac{13}{5}e^{(-2x)} + \frac{2}{5}e^{(3x)}$$

دستگاه معادلات دیفرانسیل

دستگاه معادلات دیفرانسیل شامل بیش از یک مجهول می باشد. برای تعیین مجهولات نیز از دستور dsolve استفاده می نماییم. شکل کلی این دستور به صورت زیر است.

حل دستگاه معادلات دیفرانسیل با بیش از	> dsolve({دستگاه معادلات},{ متغیرهای

یک مجهول	{وابسته});

مثال۲-۲۹. دستگاه معادلات زیر را حل کنید

y"=z+۱

z"=y+x

> sys:=(D@@۲)(y)(x)=z(x)+۱,(D@@۲)(z)(x)=y(x)+x;

$$sys := D^{(2)}(y)(x) = z(x) + 1, D^{(2)}(z)(x) = y(x) + x$$

> dsolve({sys},{y(x),z(x)});

$$\{y(x) = -x + \_C1\, e^{x} + \_C2 \sin(x) + \_C3 \cos(x) + \_C4\, e^{(-x)}, z(x) = \_C1\, e^{x} - \_C2 \sin(x) - \_C3 \cos(x) + \_C4\, e^{(-x)} - 1\}$$

۲-۵-۶ تبدیل لاپلاس

تبدیل لاپلاس تابع f(x) بصورت $F(s)=\int_{0}^{\infty} f(x)e^{-sx}\,dx \quad s>0$ تعریف می شود البته در صورت همگرایی این انتگرال ناسره، برای محاسبه تبدیل لاپلاس تابع f(x) دستور laplace در بسته inttrans موجود می باشد.

تبدیل لاپلاس تابع	> laplace (f(x),x,s);

مثال۲-۳۰. تبدیل لاپلاس تابع وابسته به x $f(x)=4x^2-2\cos 3x+5e^{-x}-3\sinh 2x+1$

> with(inttrans):

> laplace(٤*x^٢-٢*cos(٣*x)+٥*exp(-x)-٣*sinh(٢*x)+١,x,s);

$$\frac{8}{s^3}-\frac{2s}{s^2+9}+\frac{5}{1+s}-\frac{6}{s^2-4}+\frac{1}{s}$$

- عکس تبدیل لاپلاس

عکس تبدیل لاپلاس یعنی ($L^{-1}\{F(s)\}=f(x)$ در Maple با دستور invlaplace در بسته inttrans قابل محاسبه می باشد.

عکس تبدیل لاپلاس F(s)	> invlaplace (F(s),s,x);

مثال۲-۳۱. عکس تبدیل لا $\frac{2s+1}{s^2+4}$ را بر حسب x بدست آورید

> invlaplace((۲*s+۱)/(s^۲+٤),s,x);

$$2\cos(2x)+\frac{1}{2}\sin(2x)$$

۲-۵-۷ گرافیک

Maple می تواند توابع یک متغیره، منحنی های مسطح، توابع دو متغیره و رویه های سه بعدی را رسم کند. این نرم افزار می تواند نمودارهای پارامتری را رسم کند و توانایی انیمیشن سازی را به کار گیرد. دو تابع مهم که برای رسم نمودارها به کار می رود، توابع plot و plot۳d است.

لازم به ذکر است که بعضی از دستورات رسم در بسته plots گنجانده شده است.

رسم دو بعدی

رسم یک عبارت (یا تابع) بر حسب x	> plot (f(x),x=a..b);

برای رسم نمودار به صورت مجموعه ای از نقاط اعمال زیر را انجام می دهیم:

۱. روی نمودار کلیک راست کنید یک منوی موضوعی ظاهر می شود

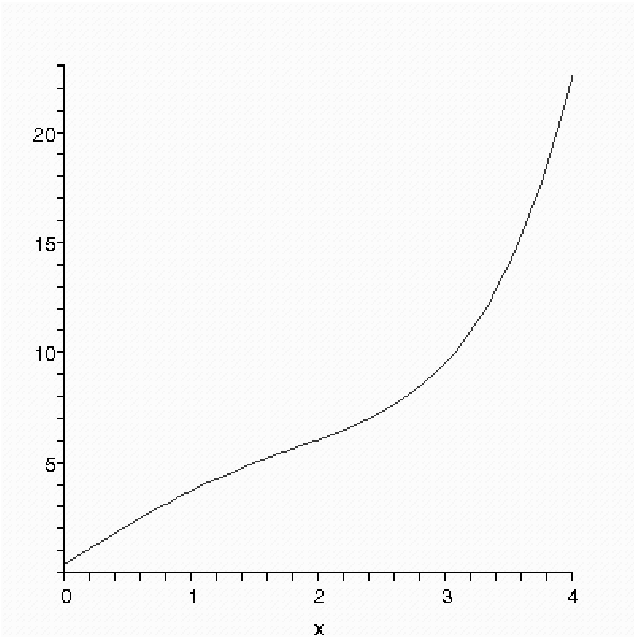
۲. روی style کلیک کنید یک زیر منو ظاهر می شود

۳. گزینه point را انتخاب کنید.

مثال۲-۳۲. مطلوب است رسم تابع زیر با شرط ۰≤x≤۴

$$3\sin(x)+\mathbf{e}^{\left(x-\frac{1}{4}\pi\right)}$$

> plot(۳*sin(x)+exp(x-Pi/٤),x=۰..٤);



- نمودارهای پارامتری

> plot ([x(t),y(t),t=a..b]);	**رسم منحنی پارامتری شده با y=Y(t) x=X(t)** **a ≤ t ≤ b**

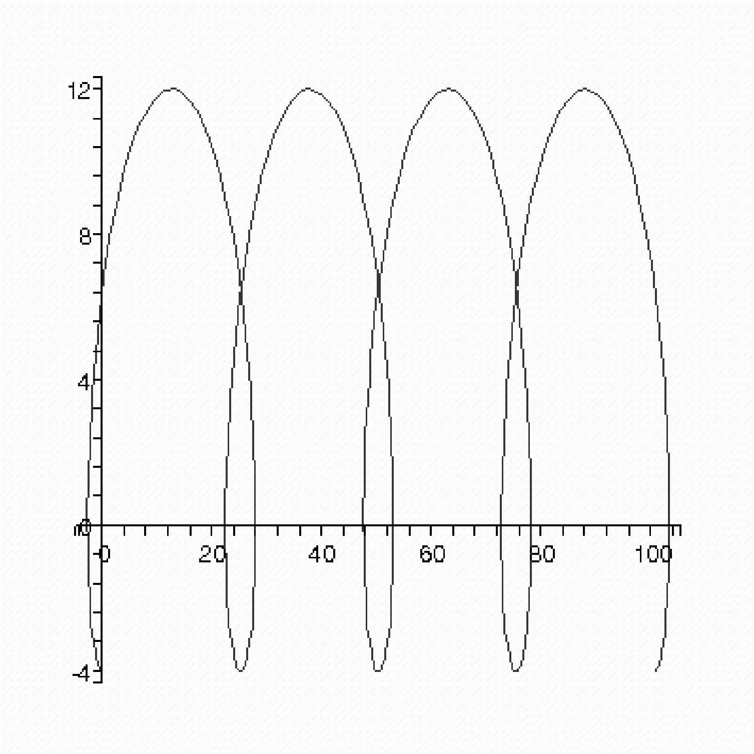
مثال۲-۳۳. مطلوب است رسم تابع پارامتری زیر

X(t)=٤t−٨sin(t)

Y(t)=٤−٨cos(t)

۰ ≤ t ≤ ٨π

> plot([٤*t−٨*sin(t),٤−٨*cos(t),t=۰..٨*Pi]);



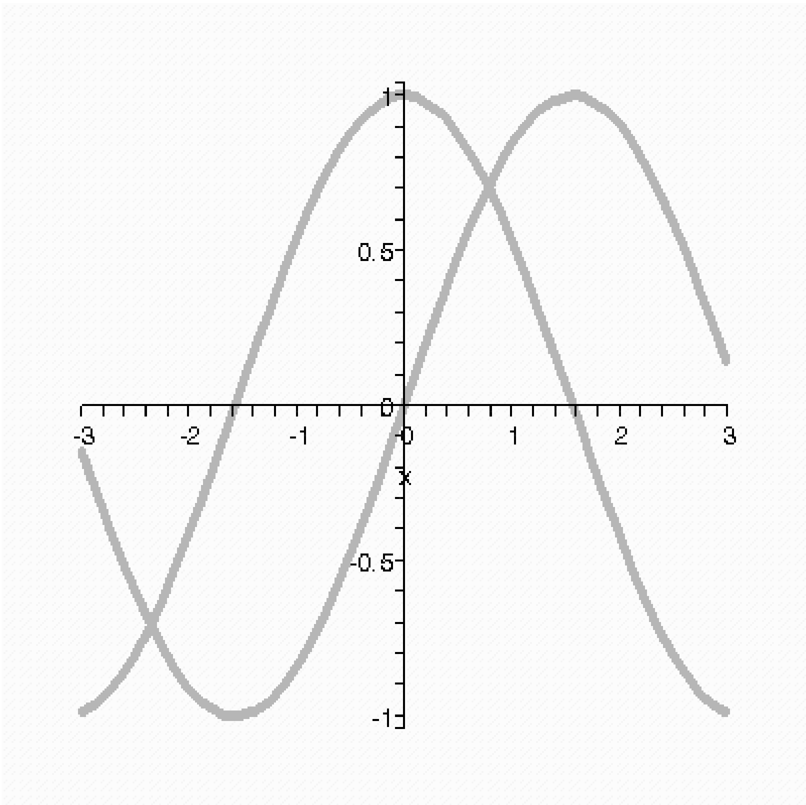
– نمودارهای چندگانه

>plot([f(x),g(x)],x=a..b,color=black,thickness=n);	رسم دو تابع در یک نمودار با رنگ و ضخامت دلخواه

نکته: روش دیگری برای رسم های چندگانه استفاده از تابع display در بسته plots است.

مثال۲-۳۴. مطلوب است رسم منحنی های sin(x) و cos(x) که -۳≤ x ≤۳

```
> plot([sin(x),cos(x)],x=-۳..۳,color=green,thickness=۳);
```



- رسم توابع ضمنی

برای رسم توابع ضمنی در Maple از دستور implicitplot در بسته plots استفاده می شود.

ترسیم یک یا چند منحنی معلوم	>implicitplot(f(x,y)=g(x,y),x=a..b,y=c..d);

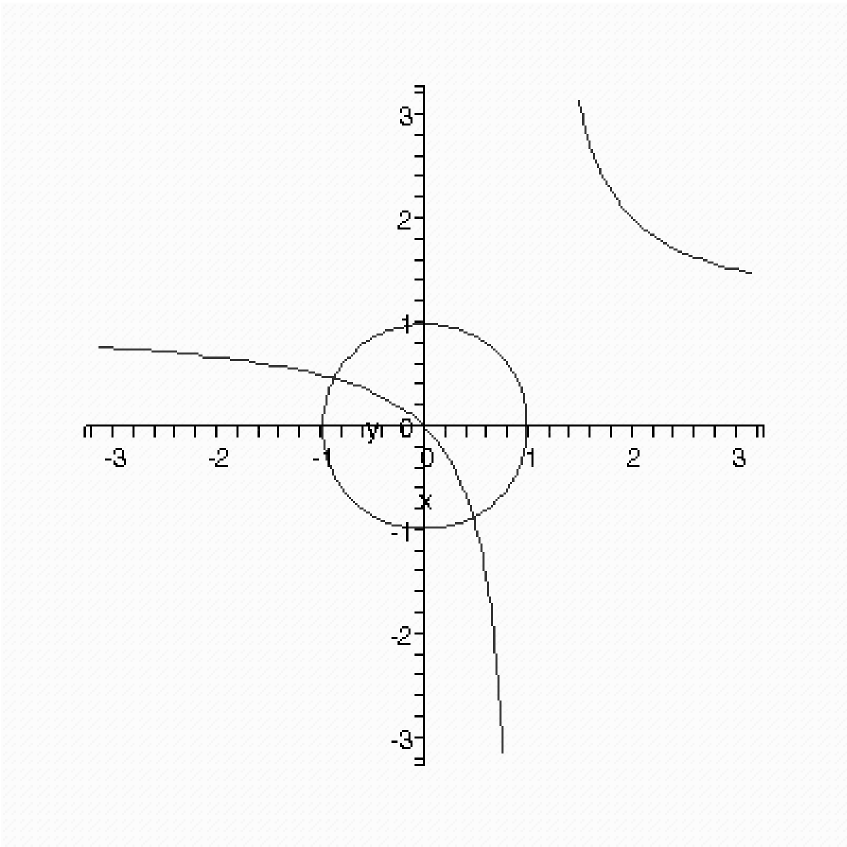
بوسیله معادلات صریح دو متغیره	

مثال۲-۳۵. مطلوب است رسم توابع ضمنی زیر

$$\left[\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1, y^2+x^2=1\right]$$

$$-\pi \leq x,y \leq \pi$$

> implicitplot([۱/x+۱/y=۱,y^۲+x^۲=۱],x=-Pi..Pi,y=-Pi..Pi);

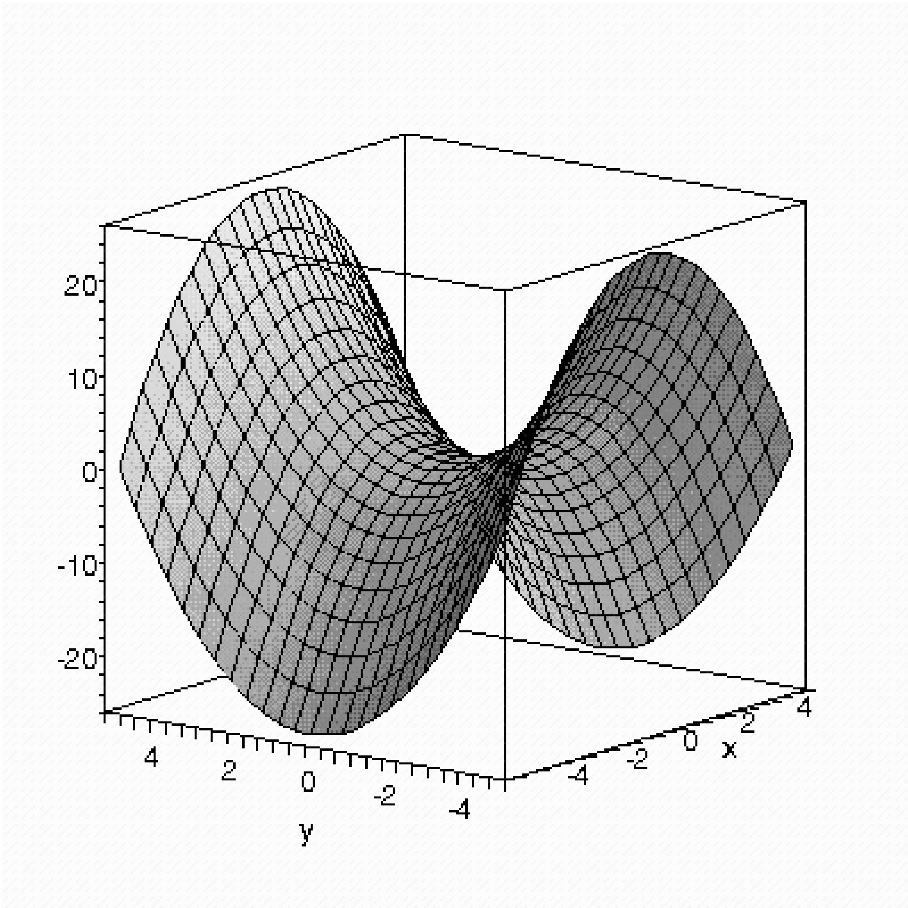


رسم سه بعدی

رسم یک عبارت یا تابع دو متغیره(یعنی **x** و **y**)	> plot۳d (f(x,y),x=a..b,y=c..d);

مثال۲-۳۶. مطلوب است رسم تابع $z=y^۲-x^۲$ با شرایط $-۵ \le x,y \le ۵$

```
> plot۳d(y^۲-x^۲,x=-۵..۵,y=-۵..۵);
```



- نمودارهای پارامتری

رسم نمودار پارامتری شده با	>plot۳d([f(u,v),g(u,v),h(u,v)],u=a..b,v=c..d);

x=f(u,v) , y=g(u,v) , z=h(u,v) **و a≤u≤b ، c≤v≤d**	

مثال۲-۳۷. مطلوب است رسم تابع پارامتری زیر

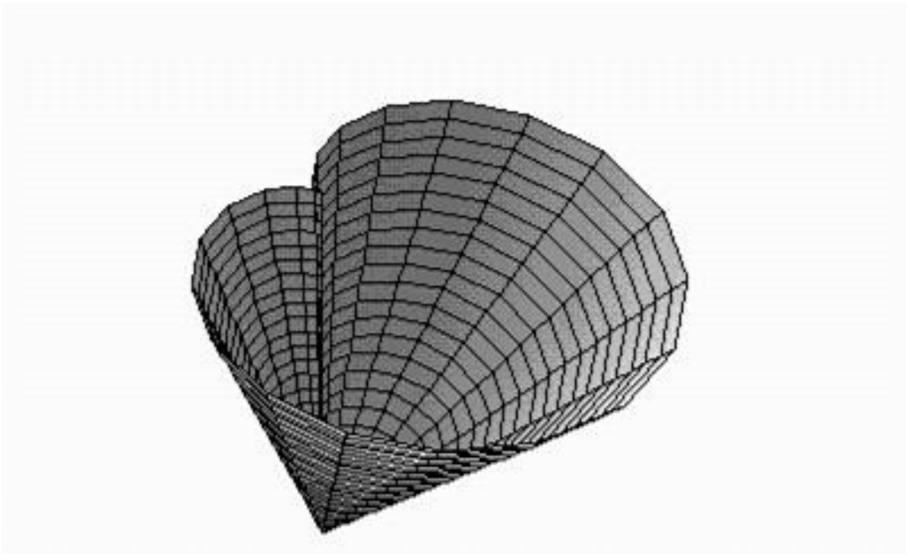
X(t)=(z cos(t)) (۱+sin(t))

Y(t)=(z sin(t)) (۱+sin(t))

Z(t)=z

۰ ≤ t ≤ ۲π   ۰ ≤ z ≤ ۱۰

```
>plot۳d([z*(۱+sin(t))*cos(t),z*(۱+sin(t))*sin(t),z],t=۰..۲*Pi,z=۰..۱۰);
```



- نمودارهای چندگانه

رسم دو تابع در یک نمودار	> plot۳d([f(x,y),g(x,y)],x=a..b,y=c..d);

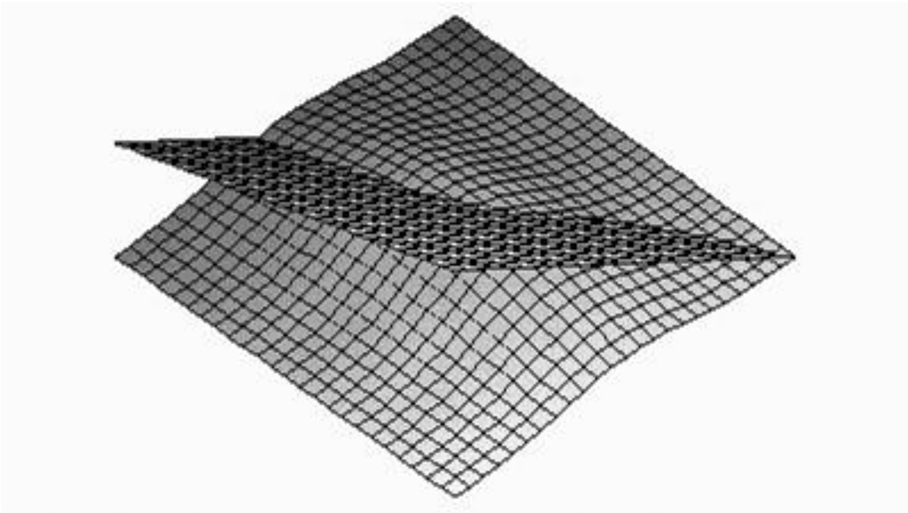
🕮 نکته: روش دیگری برای رسم های چندگانه استفاده از تابع display در بسته plots است.

مثال۲-۳۸. مطلوب است رسم منحنی های زیر با شرایط

-۲ ≤ x ≤ ۲   -۱ ≤ y ≤ ۱

$$\left[e^{(-x^2 - y^2)}, x + y + 1 \right]$$

> plot۳d([exp(-x^۲-y^۲),x+y+۱],x=-۲..۲,y=-۱..۱);



منحنی های فضایی

برای رسم منحنی های فضایی (x=f(t ،y=g(t) ،z=h(t)) که در آن a ≤ t ≤ b از تابع spacecurve در بستهplots استفاده می شود.

> spacecurve([f(t),g(t),h(t)],t=a..b);	**یک یا چند منحنی را به صورت سه بعدی ترسیم می کند.**

مثال۲-۳۹. مطلوب است رسم منحنی های زیر

f(t)=(tsin(t),tcos(t),t)

g(t)=(tcos(t),tsin(t),o) $\pi \le t \le ۱۰\pi$

>spacecurve({[t*sin(t),t*cos(t),t],[t*cos(t),t*sin(t),۰]},t=Pi..۱۰*Pi);

رسم رویه هایی که به طور ضمنی تعریف شده اند

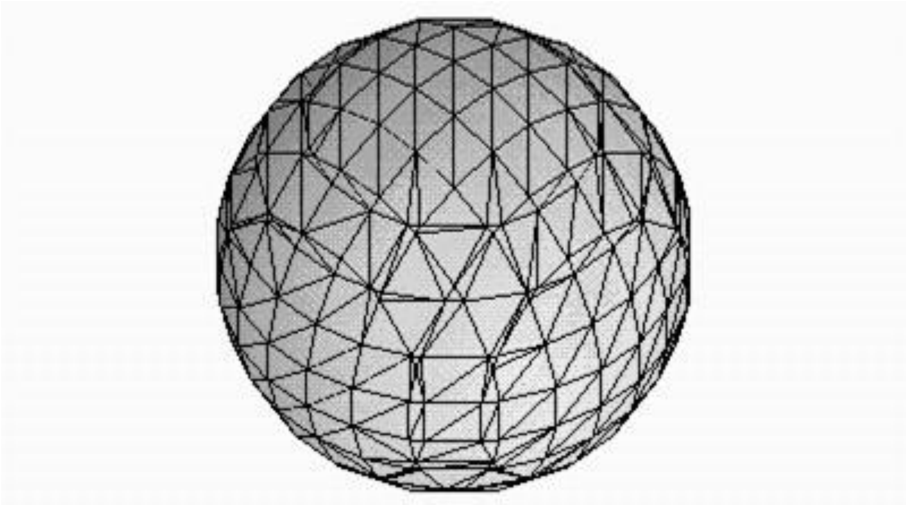
برای رسم توابع ضمنی F(x,y,z)=c از دستور implicitplot۳d در بسته plots استفاده می شود.

ترسیم یک یا چند منحنی معلوم بوسیله معادلات صریح سه متغیره
>implicitplot۳d(f(x,y,z)=g(x,y,z),x=a..b,y=c..d,z=e..f);

مثال۲-۴۰. مطلوب است رسم بیضی گون زیر

$$\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{36}y^2+\frac{1}{4}z^2=1$$

>implicitplot۳d(x^۲/۹+y^۲/۳٦+z^۲/٤=۱,x=-۳..۳,y=-٦..٦,z=-۲..۲);



رسم نمودارهای تراز

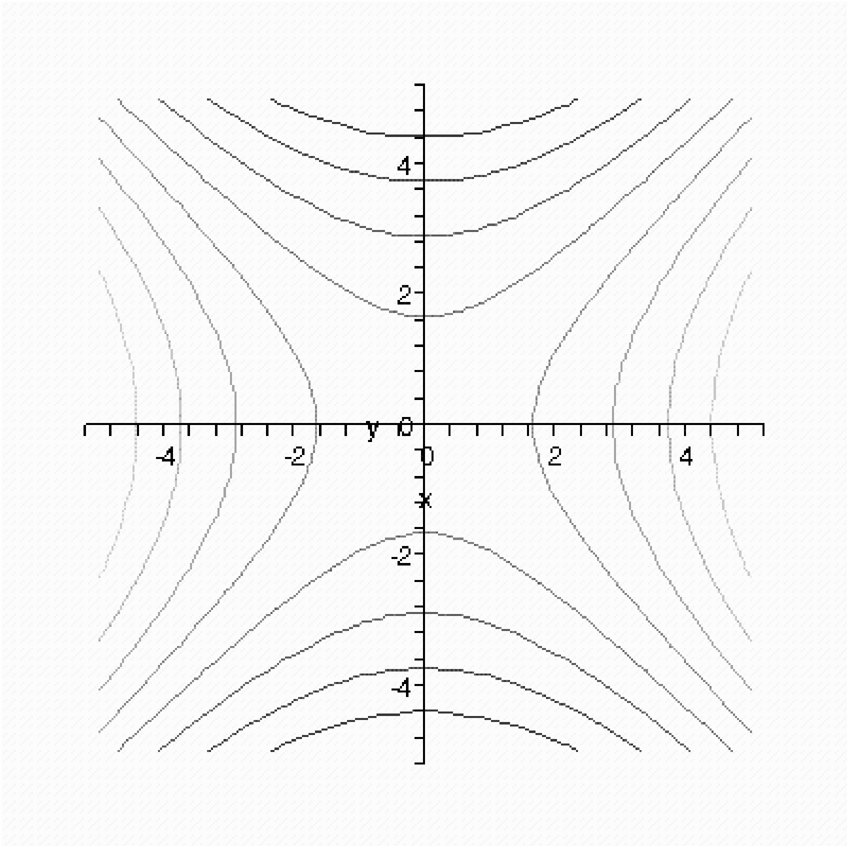
نمودار یک تابع دو متغیره را می توان با یک نمودار تراز دو بعدی قابل مشاهده کرد. برای تولید نمودارهای تراز از توابع contourplot و contourplot۳d در بسته plots استفاده می کنیم.

> contourplot(f(x,y),x=a..b,y=c..d);	**منحنی های هم تراز یک عبارت را بر حسب دو متغیر x و y ترسیم می کند.**
> contourplot۳d (f(x,y),x=a..b,y=c..d);	منحنی های سه بعدی هم تراز یک عبارت را بر حسب متغیرهای x و y ترسیم می کند.

مثال۲-۴۱. مطلوب است رسم منحنی های تراز تابع $z=x^2-y^2$ در فاصله

$-۵ \le y,x \le ۵$

> contourplot(x^۲-y^۲,x=-۵..۵,y=-۵..۵);

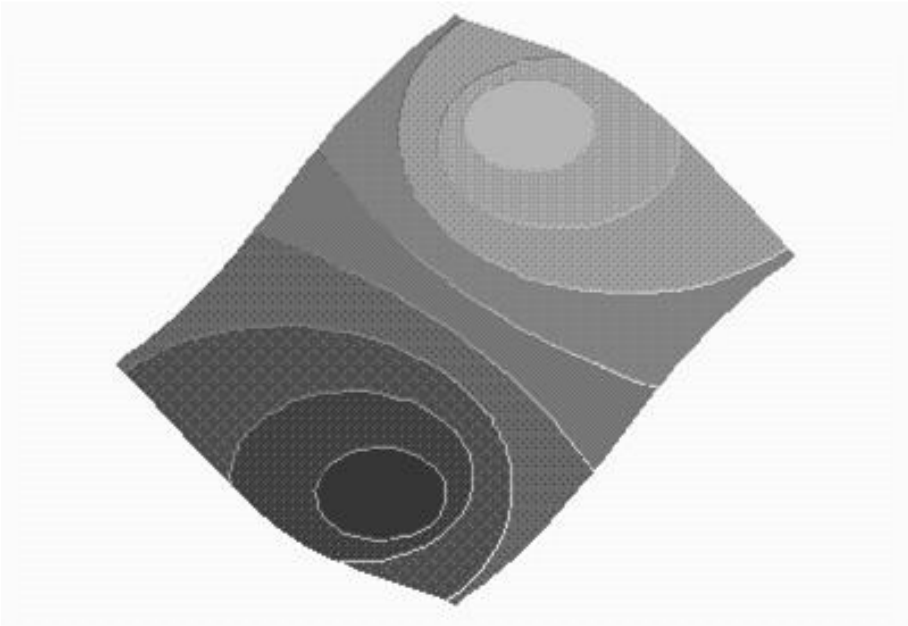


مثال۲-۴۲. مطلوب است رسم منحنی های تراز تابع زیر در فاصله -۳ ≤ x,y ≤ ۳ همراه با میدان آن با رنگهای قرمز و سبز

$$-\frac{5x}{x^2+y^2+1}$$

> contourplot۳d(-۵*x/(x^۲+y^۲+۱),x=-۳..۳,y=-

۳..۳,filled=true,coloring=[red,green]);



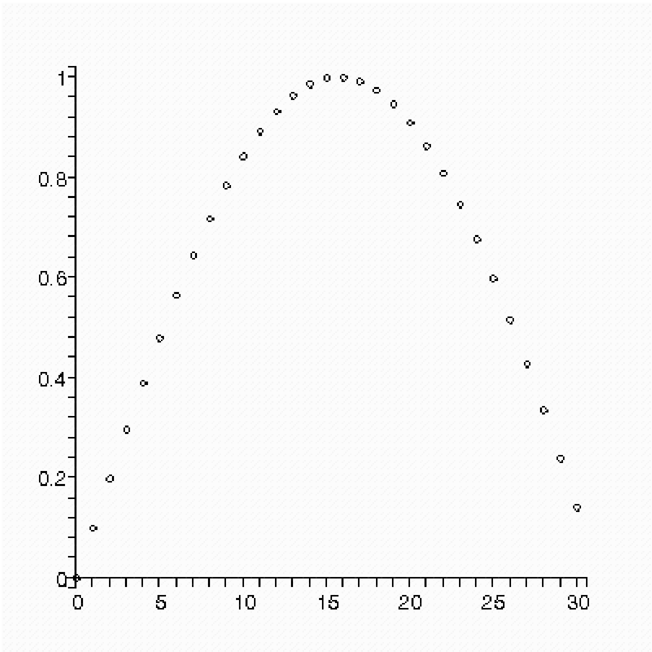
رسم دنباله ها

در Maple می توان با دستور pointplot دنباله را رسم نمود که در بسته plots قراردارد

رسم دنباله f(i)	> pointplot (f(i),i=۱..n);

مثال۲-۴۳. مطلوب است رسم دنباله sin(n/۱۰)، n=۰..۳۰

```
> pointplot({seq([n,sin(n/۱۰)],n=۰..۳۰)});
```



متحرک سازی

Maple می تواند نمودارهای دو و سه بعدی را به صورت انیمیشن درآورد. دو تابع انیمیشن عبارتند از animate و animate۳d این توابع در بسته plots قراردارد.

به عنوان مثال برای $f(x) = \frac{1}{1+x\,t}$ t را در نظر بگیرید با استفاده از animate می توان رفتار این تابع را وقتی t تغییر می دند بیازمائیم.

>animate(۱/(۱+x*t),x=۰..۱۰,t=۰..۱,frames=۱۰);

ابتدا نمودار f.(x)=۱ در صفحه کاری ظاهر می شود حال روی نمودار کلیک کنید یک منوی بار ظاهر می شود که شامل یک پنجره برای مختصات خود جمع کرده و ۹ دکمه جدید مانند دکمه های ضبط صوت است. روی هر دکمه کلیک کنید و نتیجه را ببینید.

■ انیمیشن را متوقف می کند

⏭ یک فریم به جلو می برد

⏩ سرعت انمیشین را افزایش می دهد

⏪ سرعت انمیشین را کاهش می دهد

▶ انیمیشن را اجرا می کند

↻ انیمیشن را در دورهای پیوسته اجرا می کند

⇆انیمیشن را یک دور اجرا می کند

⏯ جهت اجرای انیمیشن را به جلو تغییر می دهد

⏮ جهت اجرای انیمیشن را به عقب تغییر می دهد

فصل سوم: MATHLAB

مقدمه

MATLAB یک برنامه نرم افزاری قوی جهت دانشجویان ومحققین رشته های مهندسی و ریاضی است که اولین نگارشهای MATLAB دردانشگاه نیومکزیکو و استانفورد درسال ۱۹۷۰ در جهت حل مسائل تئوری ماتریسها، جبرخطی و آنالیزعددی به وجود آمد.

درآن زمان هدف توسعه بسته های LINPACKوEISPACK بود که زیر روالهای فرترن برای عملیات ماتریسی بودند و هدف آنها این بود که دانشجویان بدون نوشتن برنامه های فرترن قادر به استفاده ازآن باشند. به تدریج وبا افزودن امکانات وابزارهای مختلف ،MATLAB به نرم افزاری تبدیل شد که جای نرم افزارهای متعدد دیگری را نیز که به همین منظورها به وجود آمده بودند گرفت و امروزه صدها هزار کاربر دانشگاهی ، آکادمیک، صنعتی و... درزمینه های بسیار متنوع مهندسی ، علوم و کاربردها)نظیر ریاضیات پیشرفته ، جبر خطی ، کنترل ، مهندسی سیستم، مخابرات و...) با MATLAB به عنوان یکی از اولین محیطهای محاسباتی و تکنیکی که قادر به حل مسائل آنها است آشنا می شوند.

ریاضیات زبان مشترک بسیاری ازعلوم مهندسی است. ماتریسها ، معادلات دیفرانسیل ، رشته های عددی اطلاعات ، ترسیمها و گرافها لوازم اصلی به کار رفته در ریاضیات و نیز در محیط MATLAB هستند. این لوازم و بالاخص ترسیمات و نقشه ها وگرافها با استفاده از محیط

گرافیکی قدرتمند Windows نسبت به ویرایش قبلی در محیط dosبسیار پیشرفته وکارآمدتر شده اند.

الگوریتم های عددی مربوط به عملیات جبری ماتریسها و فاکتورگیری در ماتریسها ، با الگوریتمهای سریع تر و پیشرفته تری جایگزین شده اند. درکل، سرعت اجرای MATLAB ، به خصوص برای مسئله هایی دراندازه های متوسط (n=۱۰۰) و بزرگتر ، به طور چشمگیری افزایش یافته است. نتیجه ای که از این پیشرفت حاصل می شود این است که محاسبات مربوط به عملگر های علمی زیاد به طول نمی انجامد.

برای سهولت در رسم، در ابزار های پنجره Figure ،تغییراتی انجام شده است و ابزاری به آن اضافه شده تا در هنگام رسم یک منحنی یا شکل ، از سختی کار کاسته شود. در واقع آسان بودن کار برای استفاده کننده در این محیط و قابلیت های بسیار بالای گرافیکی تمایزهای اساسی بین ویرایشهای قبلی و ویرایشهای جدید است و این جدای از رفع عیوب قبلی و افزوده شدن حجم بسیار انبوهی از دستورات و فرامین قابلیتهای جدید و نیز جعبه ابزارهای جدید است.

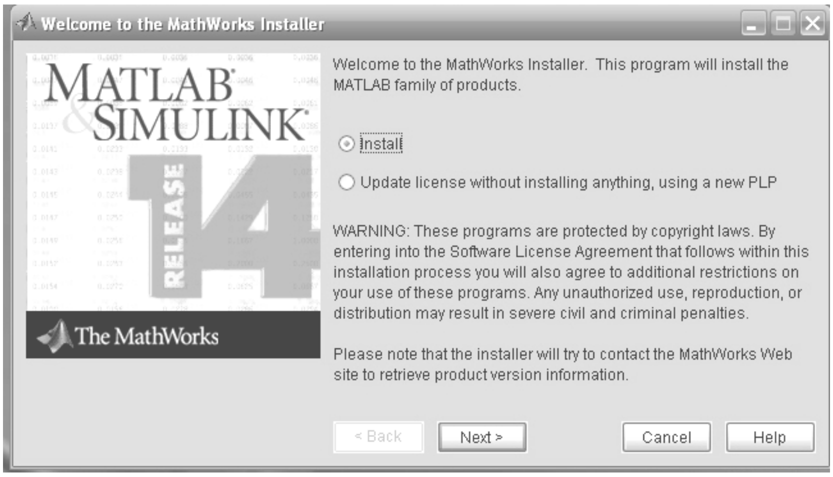
۱-۳ طریقه نصب MATLAB۷

این برنامه به علت پیشرفته بودن فقط در Windows XPنصب خواهد شد .

مراحل نصب MATLAB به قرار زیر است:

دیسک MATLAB را داخل دیسک گردان قرار می دهیم.

Windows را اجرا می کنیم.



از طریق My Computer محتویات دیسک را باز می کنیم سپس پنجره ای ظاهر می شود در اولین پنجره کلمه install را انتخاب کرده و دکمهNext را می زنیم پنجره دوم باز می شودکه از کاربر نام و نام خانوادگی را خواستار می شود با نوشتن نام و نام خانوادگی و زدن گزینه Next به پنجره سوم خواهیم رفت در این پنجره از کاربر سوال می شود که آیا موافق به اجرا و نصب هستید با انتخاب گزینه yes وسپس دکمه Next به پنجره چهارم خواهیم رفت در این پنجره پرسیده می شود که آیا برنامه بطور کامل نصب شود یا کاربر جزئیات مورد نظر خود را می خواهد نصب نماید با زدن گزینه (کامل) typical و سپس Next به پنجره پنجم خواهیم رفت در این پنجره محل نصب برنامه را مشخص می کنیم با انتخاب فایل مناسب توسط browse وسپسNext به پنجره بعد خواهیم رفت ازاین مرحله به بعد در هر مرحله بازدن گزینه Next برنامه نصب را دنبال می کنیم و در پایان پنجره ای مبنی بر موفقیت نصب باز خواهد شد.

۳-۲ پنجره های MATLAB

اجرای MATLAB یک یا چند پنجره را برروی صفحه تصویر شما نمایان می کند از این پنجره ها پنجره فرمان command window اولین محلی است که شما با MATLAB محاوره می کنید. رشته کاراکتری، >> ، اعلان MATLAB می باشد که در پنجره فرمان نمایش داده می شود و هنگامی که پنجره فرمان فعال می شود یک مکان نما در سمت راست اعلان ظاهر خواهد شد این مکان نما و اعلان MATLAB مشخص می کند که MATLAB منتظر اجرای

یک عمل محاسباتی است پنجرهای دیگری که در MATLAB از آنها استفاده می شود عبارتند از:

Command History: دستوراتی را که قبلا در پنجره فرمان اجرا شده اند را اجرا می کند

Launch pad: نموداردرختی دسترسی به ابزارها، و اسناد و مدارک را نشان می دهد

Current directory: GUI۶ مورد نیاز را برای تغییر دایرکتوری و فایل موجود در MATLAB ارائه می دهد

Help: GUI مورد نیاز را برای پیدا کردن و نمایش متن راهنما ارائه می دهد

Workspace: GUI مورد نیاز را برای نمایش، فراخوانی و ضبط متغیرهای MATLAB ارائه می دهد

Array editor: GUI مورد نیاز را برای تغییر جزئیات و محتویات متغیرهای MATLAB ارائه می دهد

Editor /debugger: ویرایشگر متنی و خطایاب فایل های متنی MATLAB

۳-۳ محیط کاری MATLAB

همزمان با اینکه در پنجره فرمان کار می کنید MATLAB فرمانهایی که برای مقادیر متغیرها ایجاد می کنید را به خاطر می سپارد. این فرمان ها و متغیرها در محیط کاری MATLAB مقیم شده، هر زمان و جایی که بخواهید می توانید آنها را فراخوانی کنید در صورتی که نام متغیر را نمی توانید به خاطر بسپارید می توانید لیستی از متغیرهایی که MATLAB می شناسد را با به کاربردن فرمان who مشاهده کنید.

[6]- GUI: edit عبارت است از ارتبا ط گرافیکی با کابر همچون دکمه ها، منوها وجعبه هاي

توجه کنید کهMATLAB مقدار متغیرها را ذکر نکرده و فقط نام متغیرها را نشان می دهد برای نمایش مقدار هر متغیری بایستی نام آن را در مقابل اعلان MATLAB واردکنید. به طور دقیق مثل یک ماشین حساب فضای محدودی برای ذخیره متغیرها وجود دارد.

برای فراخوانی فرمان های پیشین، کلید های مکان نما (←→↑↓) از صفحه کلید را به کار ببرید. به عنوان مثال با یک بار فشار دادن کلید ↑ آخرین فرمان در مقابل اعلان MATLAB ظاهر می شود. فشار دادن پی در پی این کلید سبب ظاهر شدن فرمان های قبلی به ترتیب خواهد شد با فشاردادن متوالی کلید ↓ نیز فرمان ها به ترتیب از قدیمی ترین به جدیدترین فرمان ظاهر می شود. تایپ چند کاراکتر اول یک فرمان و سپس فشار دادن کلید ↑ ، سبب ظاهر شدن جدید ترین فرمانی که با آن کاراکترها شروع می شود ، خواهد شد. در هر حالتی با فشار دادن کلید های →← می توانید در طول فرمان جابجا شده و فرمان مربوطه را ویرایش کنید.

بسته به نوع کامپیوتر مورد استفاده، ویژگیهای ویرایش خط فرمان دیگری نیز وجود دارد. ساده ترین روش ویرایش خط فرمان ، ویرایش و غلط یابی جدیدترین فرمان وارد شده می باشد به عنوان مثال؛ فرض کنید که ما tape را به صورت زیر وارد کرده ایم:

;tapa=۲ >>

در این مثال ما چهارمین کاراکتر را به اشتباه به جای e، a تایپ کرده ایم. برای رفع این اشتباه، کلید ↑ را یک بار فشار دهید تا فرمان فراخوانی شود. سپس با استفاده از کلید ← به سمت چپ حرکت کرده و a را به e تغییر دهید. برای انجام این تغییر ، مکان نما را بر روی aمنتقل کرده،کلید Delete را فشار داده eرا تایپ کنید.

۴-۳ راهنمای Help

فرمان های زبان MATLAB بسیار زیاد بو ده و به خاطر سپردن آنها ممکن نیست. برای جستجوی فرمانها، MATLABقابلیت راهنمای مستقیم را برای کمک به شما فراهم می کند این قابلیت ها و امکانات به سه صورت قابل دسترسی می باشد:

- استفاده از help
- فرمان look for
- استفاده از راهنما در نوار منو

فرمانhelp

فرمان help ساده ترین روش برای کسب راهنمایی در مورد عنوانی است که نام عنوان را می دانید در صورتیکه عنوان مورد نظر موجود باشد ، تایپ کردن help topic راهنمایی واطلاعاتی را درباره آن موضوع نمایش می دهد.

درصورتیکه نام عنوانی که می خواهید درباره آن اطلاعات کسب کنید ، مشخص باشد می توان به سادگی به طور مناسب از فرمان help استفاده کنید از آنجایی که اغلب عنوان مورد نظر را نمی دانید می توانید فرمان help را بدون عنوان تایپ کنید تا MATLAB برای پیدا کردن عنوان مورد نظر، شما را راهنمایی کند.

فرمانlook for

استفاده از فرمان help تنها زمانی مناسبترین روش دسترسی به راهنمایی می- باشد که عنوان دقیق را بدانید هنگامی که از املای عنوان یا وجود آن مطمئن نیستید فرمان look for را برای کسب راهنمایی به کار ببرید.

فرمان look for اولین خطوط تمام عناوین راهنمای MATLAB و M_فایلهای موجود در مسیر را جستجو کرده و آنهایی را که حاوی کلمه کلیدی مورد نظر می باشند بر می گرداند توجه داشته باشید که حتما نبایستی عنوان مورد جستجو فرمانی از MATLAB باشد

مشابه هر زبان کامپیوتری دیگر، MATLAB نیز دارای قوانینی در مورد نام گذاری متغیرها می باشد

- نامهای متغیرها بایستی یک کلمه تکی (بدون فاصله) باشد.
- در نام متغیر حروف بزرگ و کوچک یکسان در نظر گرفته نمی شود.

- اسامی متغیرها می توانند حداکثر تا ۳۱ کاراکتر داشته باشند کاراکترهایی که بعد از ۳۱ کاراکتر تایپ می شوند در نظر گرفته نمی شوند.
- اسامی متغیرها حتما باید با یک حرف شروع شوند بعد از آن می توانید از حروف، اعداد یا کاراکتر زیر خط استفاده کنید.
- نمی توانید از علائم نقطه گذاری درنامگذاری متغیرها استفاده نمایید زیرا که اکثر آنها درMATLAB دارای معنی خاصی می باشند.
- البته موارد استثنایی هم در مورد این قوانین نام گذاری وجود دارد MATLAB اسامی متعددی دارد که نمی توانید از آنها در نام گذاری متغیرها استفاده کنید این اسامی کلمات کلیدی یا کلمات رزرو شده MATLAB نامیده می شوند که عبارتند از :

For - end - if - while - function – return - Else if - case – otherwise - switch - continue - Else - try - catching - global - persistent - breaking

اگر بخواهید از یکی از کلمات کلیدیMATLAB به عنوان متغیر استفاده کنید پیغام خطایی به شما نشان داده می شود. البته می توانید کلمات کلیدی را با حروف بزرگ نوشته و از آنها به عنوان متغیر استفاده کنید اگر از متغیری بار اول استفاده کرده باشید و مجدداً خواسته باشید که از آن استفاده کنید یا اینکه مقداری را به یکی از متغیرهای قبلی تخصیص دهید مقدار قبلی آن متغیر از بین خواهد رفت و مقدار جدید جایگزین مقدار قبلی می شود اگر چه ممکن است سایر عباراتی که با استفاده از مقادیر قبلی آن متغیر محاسبه شده اند تغییر نکنند.

M – فایل ها

M – فایل ها برای حل مسائل ساده، وارد کردن فرمانها و عبارات مورد نیاز در اعلان MATLAB روش سریع و موثری می باشند. اگر تعداد فرمان ها افزایش یابد یا اینکه مقدار یا چند متغیر را تغییر داده و مجبور به محاسبه مجدد تعدادی از فرمان ها شوید تایپ کردن در اعلان MATLAB، روش مناسبی نخواهد بود.MATLAB یک راه حل منطقی برای این مشکل ارائه می دهد این راه حل امکان قراردادن فرمان های MATLAB دریک فایل متنی ساده را فراهم نموده و سپس هنگام فراخوانی فایل به MATLAB بیان می کند که فایل را باز کرده و فرمان ها همان طوری که در اعلان فرمان تایپ کرده بودید، خواهند بود. برای ایجاد یک M_فایل گزینه new

از منوی فایل و سپس M-file را انتخاب کنید این روال سبب فعال شد ن پنجره ویرایشگرمتن می شود که فرمان های MATLAB را در آن وارد می کنید.

محتوای M – فایل

یک M- فایل کامل از قسمتهای زیر تشکیل شده است:

سطر تعریف تابع: در این سطر نام تابع و تعداد آرگومان های ورودی وخروجی مشخص می شود

سطر H۱ : این سطر هنگامی استفاده می شود که از دستور look for برای جستجوی یک دستور استفاده می کند.

متن help : هنگامی که از دستورات help function-name استفاده می کنیم این قسمت به همراه سطر H۱ نمایش داده می شود

بدنه تابع : در بر گیرنده دستورات اجرایی برنامه می باشد

مثال۳-۱. تابع mmin با یک آرگومان خروجی، کوچکترین مقدار یک ماتریس را بدست می آورد. در صورت داشتن دومین آرگومان خروجی، اندیسهای سطر و ستون کوچکترین مقدار برگردانده می شود

```
Function [m , i]= mmin(a)

% MMIN Matrix minimum value.

%MMIN(A) return the minimum Value in the matrixA.

%[M , I]= MMIN(A) in addition returns the indices of

%the minimum Value in I = [rowcol].

If nar gout = = ۲ , % return in dices

        [m , i] = min(a)
```

```
        [m , ic] = min(m)
        i = [i (ic) ic];
else
            m = min (min (a))
end
```

نکات کاربردی در MATLAB

- در MATLAB برای طرز نمایش اعداد از دستور format استفاده می شود، البته تابع پیش فرض برای نمایش اعداد در MATLAB، short است که تا ۴ رقم اعشار برای نمایش اعداد استفاده می کند. برای اینکه اعداد با تعداد رقم بیشتری نمایش داده شوند از دستور long استفاده می کنیم.
- برای درایه به درایه از عملگر نقطه ای قبل از عملگر مورد نظر استفاده می شود.
- علامت سمی کولن (;) در انتهای یک عبارت MATLAB از چاپ نتایج جلوگیری می کند.
- اگر عبارتی طولانی باشد ، می توانید سه نقطه (...) در انتهای آن تایپ کرده و کلید Enter را فشار داده و سپس ادامه عبارت را در خط بعدی وارد کنید.
- به طور پیش فرض ،MATLAB نتایج را در متغیر ans که مخفف answer است ذخیره می کند.
- توضیحاتی که بعد از علامت ٪ می آید فقط برای استفاده کاربر است وکامپیوتر آن را نمی خواند.

۳-۵ مروری بر قسمتی از امکانات

۳-۵-۱ گرافیک

نمودارهای دو بعدی

معمولی ترین فرمان برای ترسیم نمودار داده های دو بعدی ، فرمان plot میباشد .این فرمان هوشمند ، یک سری از آرایه های داده ها را روی محورهای مناسب رسم کرده ونقاط را با خطوط راست به هم وصل می کند

```
>>x=lin space (a،b،n)؛
>>y=f(x):
>>plot(x،y)
```

با اجرای فرمان بالا n نقطه در بازه $a \le x \le b$ ایجاد می شود تامحور افقی نمودار ساخته و بردار دیگری را به نام y که شامل f آن نقاط در x می باشد ایجاد می کند. تابع plot پنجره گرافیکی را باز می کند که پنجره Figure نا میده می شود سپس اندازه محور مختصات را مطابق با داده ها تنظیم می کند تا بتواند نقاط را برروی نمودار رسم کند.

بعد از رسم نقاط آنها را با خطوط راست به یکدیگر متصل می کند این تابع به طور خود کار محورهای مختصات را مدرج کرده و علائم مشخص کننده نقاط را روی محور مختصات قرار می دهد اگر پنجره Figure از قبل موجود باشد، تابع plot پنجره جاری را پاک کرده و شکل جدید را در آن رسم می کند.

نکته۱: در صورت نیازمی توانید چند منحنی یا خط را روی یک نمودار رسم کنید این کار با دادن اطلاعات مربوط به خط یا منحنی دوم بصورت جفت آرگومان بعدی صورت می گیرد.

نکته۲: چنانچه ترتیب آرگومانها را تغییر دهید، نمودار به اندازه ۹۰ درجه دوران پیدا می کند.

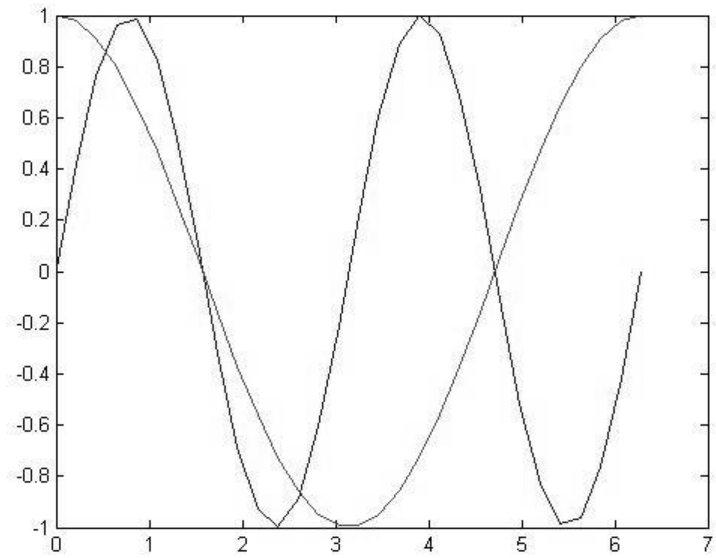
مثال۳-۲. مطلوب است رسم نمودارهای زیر در فاصله [۰,۲π] :

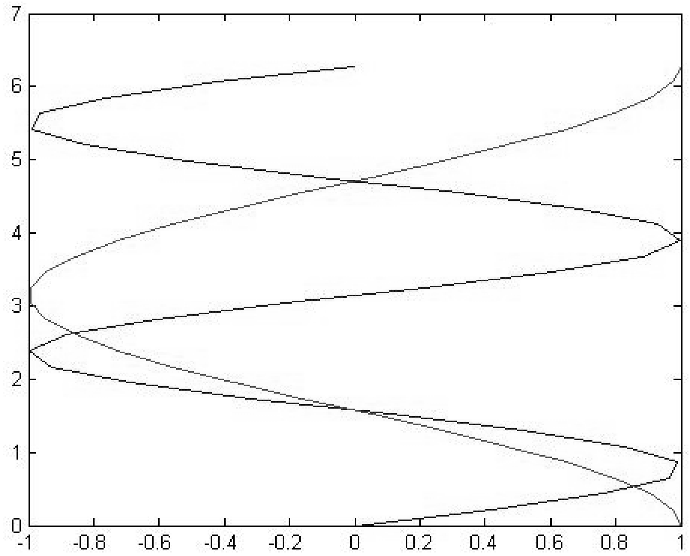
Y=sin۲x

Z=cosx

```
>>x=linspace (۰,۲*pi,۳۰);
```

```
>>y=sin(۲*x);
>>z=cos(x);
>>plot (x,y,x,z)
>>plot (y,x,z,x)
```





- توابع ترسیم دو بعدی ویژه

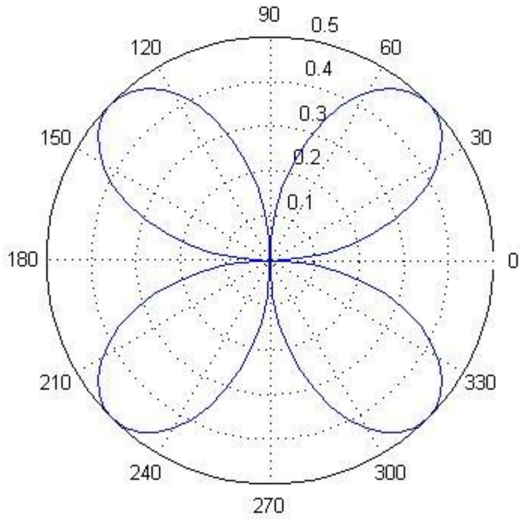
polar:

نموداری که مختصات آن قطبی باشد(t ، بردار زاویه بر حسب رادیان وr بردار شعاع وs رشته کاراکتری است که مشخص کننده رنگ ، علامت مشخصه یا نوع خط می باشد .)	>> polar(t,r,s)

مثال۳-۳. مطلوب است رسم تابع زیر به شکل قطبی در بازه (۰,۲π)

Y=cos(t)sin(t)

```
>> t=linspace(۰,۲*pi);
>> r=cos(t).*sin(t);
>> polar(t,r)
```

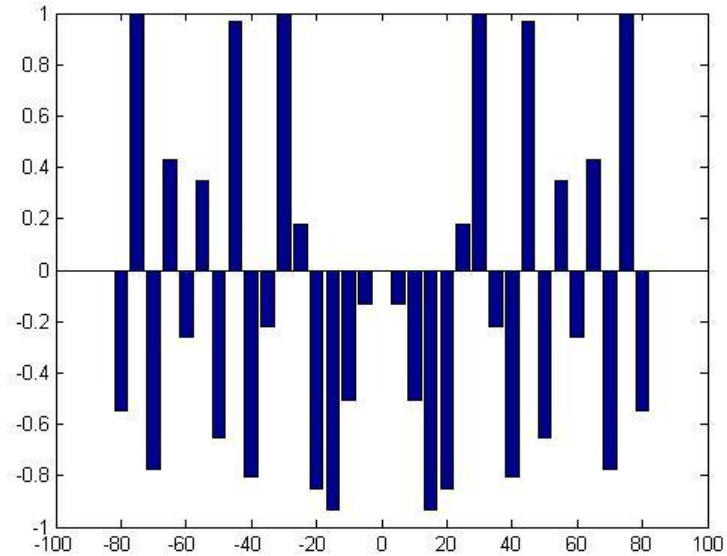


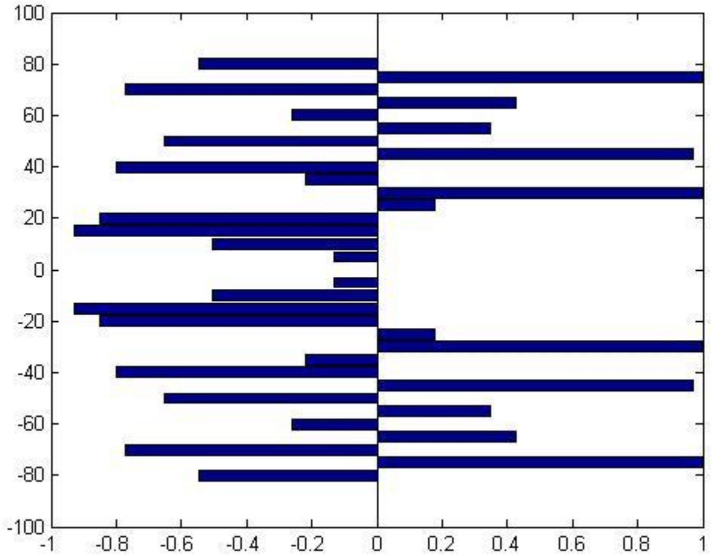
نمودار میله ای	>> bar (x,y)
نمودار میله ای افقی	>> barh(x,y)
نمودار هیستوگرام	>> **hist(x,y)**

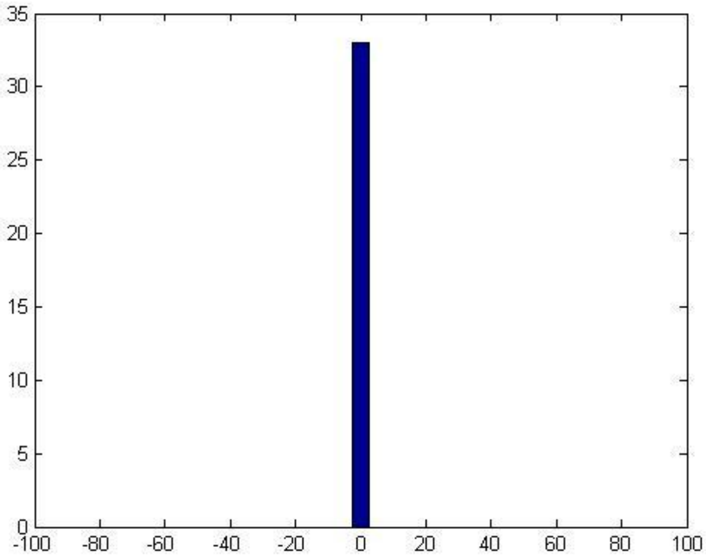
مثال۳-۴. مطلوب است ترسیم نمودار میله ای و میله ای افقی و هیستوگرام برای تابع

$y=\sin x^2$:

```
>>x=-۸۰:۵:۸۰;
>>y=sin(x.^۲);
>>bar(x,y)
>>barh(x,y)
>> hist(y,x,۱)
```


1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
-100 -80 -60 -40 -20 0 20 40 60 80 100


100
80
60
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
-1 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2 0 0.2 0.4 0.6 0.8 1



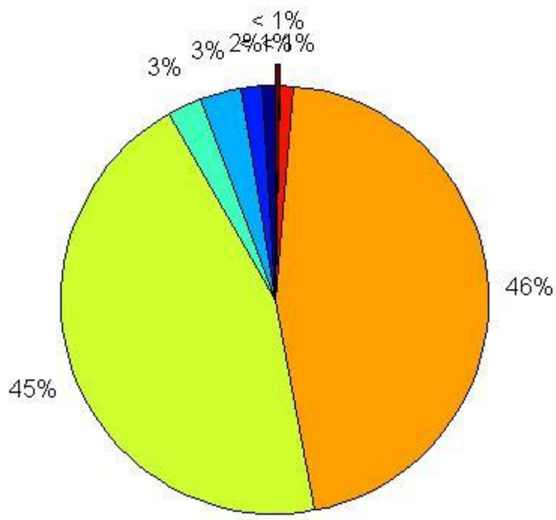
pie:

نمودار کیکی(a برداری از مقادیر، b یک بردار منطقی اختیاری می باشد که قاچ یا قاچهایی را که باید از نمودار بیرون آورده شوند را توصیف می کند.	>> pie (a,b)

مثال۳-۵. مطلوب است کمترین مقدار آرایه a با استفاده از نمودار کیکی

>> **a=[۱.۵ ۲.۵ ۵ ۴.۳ ۷۱.۸ ۷۳.۲ ۱.۶ ۰.۶۴];**

>> **pie(a,a==min(a))**



plot matrix:

>> plot matrix	**ماتریس نمودار پراکنش**

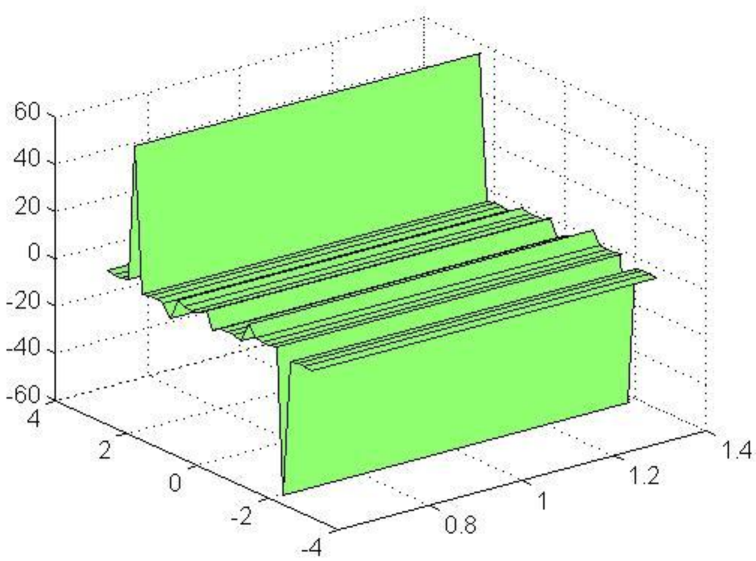
ribbon:

>> ribbon (x,y)	**نمودار خطی با خطوط دو بعدی به شکل نوار**

مثال۳-۶. مطلوب است رسم نمودار خطی دو بعدی به شکل نواری برای تابع زیر

Y=csc(۳x)

```
>> x=-۲.۹:۰.۲:۲.۹;
>> y=csc(x.*۳);
>> ribbon(x,y)
```



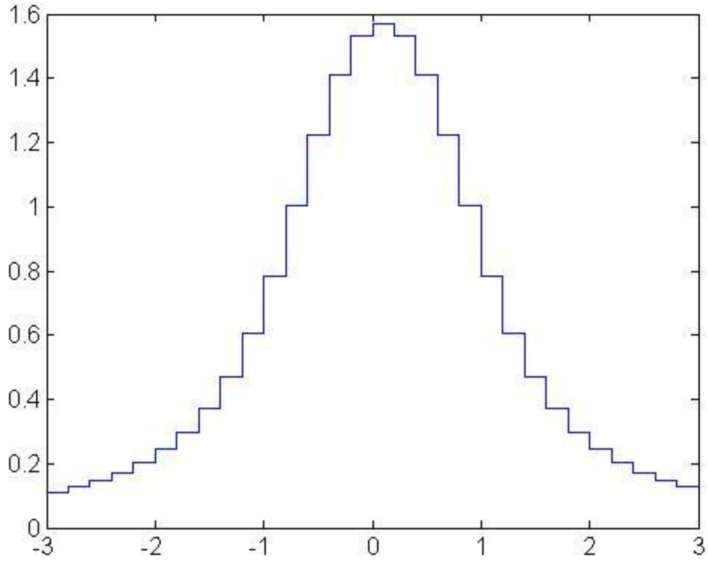
stairs:

نمودار پله ای	>> stairs (x,y)

مثال۳-۷. مطلوب است رسم نمودار پله ای برای تابع زیر

Y=arccot(x۲)

```
>> x=-۳:۰.۲:۳;
>> y=acot(x.*x);
>> stairs(x,y)
```



نمودارهای سه بعدی

MATLAB توابع مختلفی را برای نمایش داده های سه بعدی ارائه می دهد.
برخی از این توابع خطوطی را در فضای سه بعدی ترسیم می کنند در حالیکه سایر توابع صفحه و نمایی از اجسام سه بعدی را رسم می کنند. بعلاوه از رنگ برای نمایش بعد چهارم می توان استفاده کرد. هنگامی که در این حالت از رنگ استفاده می شود به آن شبه رنگ می گویند.

- نمودارهای خطی

تابع plot را که در فضای دو بعدی از آن استفاده می کردید اکنون بصورت plot۳ در فضای سه بعدی مورد استفاده قرار می گیرد قالب آن شبیه همان قالب plot می- باشد ، بجز اینکه داده ها در سه بعد به کار برده می شود

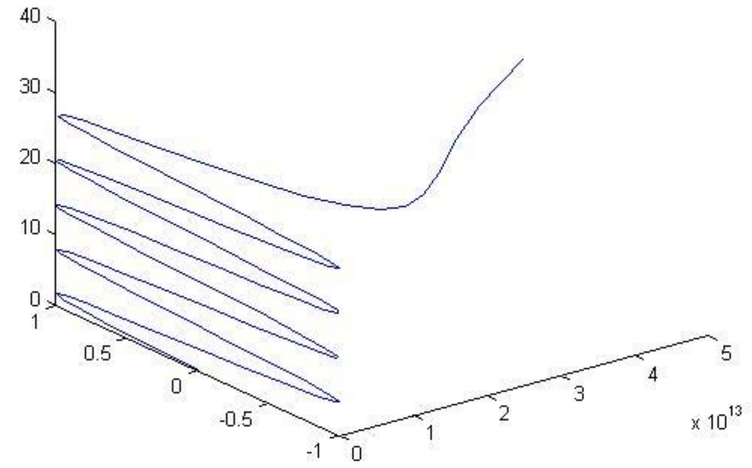
نمودار خطی سه بعدی x_n , y_n , z_n بردار یا ماتریس بوده و s_n رشته کاراکتری اختیاری می باشد که رنگ، علامت و نوع خط را مشخص می کند.	>> plot۳(x۱,y۱,z۱,s۱,x۲,y۲,z۲,s۲,…)

مثال۳-۸. مطلوب است نمودار تابع پارامتری زیر

$X(t)=e^t$
$Y(t)=\sin t$
$Z(t)=t$
$۰ \leq t \leq ۱۰\pi$

>>t=linspace(۰ ,۱۰ * pi);

>>plot۳(exp(t),sin(t),t)



- نمودار توابع دو متغیره

یک تابع عددی با دو متغیر (z=f(x,y را تجسم کنید. (z=f(x,y نشان دهنده سطحی است که در محورهای z،y،x رسم شده اند. تابع mesh برای رسم چنین منحنی هایی بکار می رود .قبل از اینکه بتوان از این تابع استفاده کرد باید مجموعه نقاطی در صفحه xy تولید کنیم سپس (f(x,y را بدست آوریم.

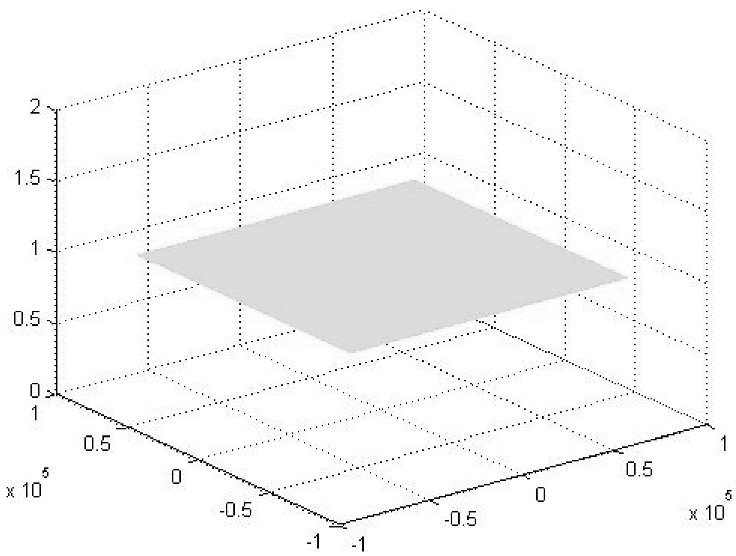
رسم نمودار توابع دو متغیره که **x=[xmin.xspaceing:xmax]**	>> [x,y]=meshgrid(x,y)

و y=[ymin:yspaceing:ymax]	

تابع meshgrid یکسری عدد تولید می کند که مختصات گوشه پایین آن (Xmin,Ymin) وگوشه بالای آن (Xmax,Ymax) است توجه کنید که دستور meshgrid(x) با دستور meshgrid(x,x) هم ارز است بعد از ساخته شدن [x,y] از دستور mesh برای رسم تابع استفاده می کنیم توجه کنید نباید گام اعداد را کوچک انتخاب کنیم بعلت اینکه اولاً مشاهده نمودار مشکل است ثانیاً درایه های ماتریس x، y، z بسیار زیاد می شود.

مثال۳-۹. مطلوب است رسم تابع $z=۱-x^{۲}+y^{۲}/۴$

```
>>x=-۱۵۰۰۰:۲۵۰:۱۵۰۰۰;
>>y=-۱۵۰۰۰:۲۵۰:۱۵۰۰۰;
>>[x,y]=meshgrid(x,y);
>>z=۱-(x^۲+y^۲/۴);
>>mesh(x,y,z)
```



- توابع ترسیم سه بعدی ویژه

نمودار میله ای سه بعدی	>> bar۳(x) >> bar۳(x,y) >> bar۳(…,width) >> bar۳(…,style) >> h=bar۳(…)
نمودار میله ای افقی سه بعدی	>> bar۳h(…) >> h=bar۳h(…)
نمودار کیکی سه بعدی	>> pie۳(x) >> h=pie۳(…) >> pie۳(…,labels)

نوع خطوط ، علائم و رنگها

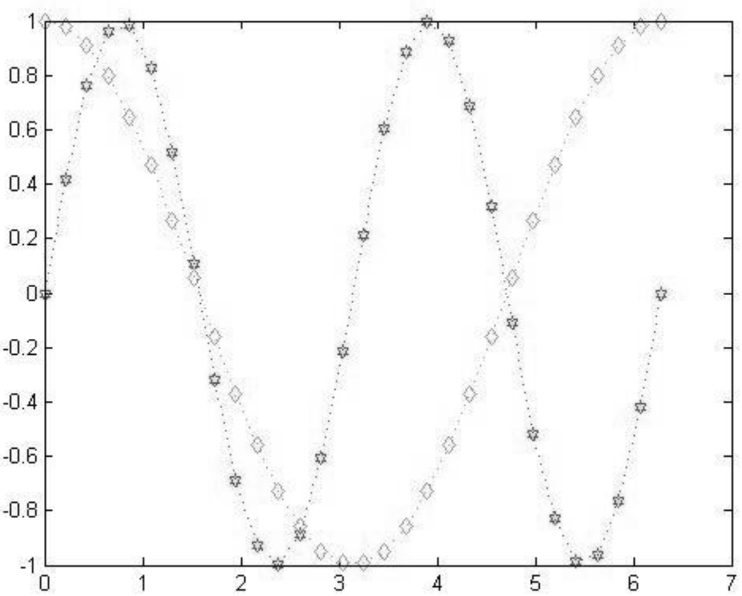
بطور پیش فرض MATLAB نوع خط توپر در رنگهای زرد و بنفش را برای نمودارها انتخاب می کند. شما می توانید رنگها و نوع خطوط مورد نظر را با دادن یک آرگومان اضافی بعد از هر زوج آرایه های داده ای به فرمان plot، تعیین نمایید. آرگومان اضافی اختیاری یک رشته کاراکتری از ۱، ۲ و یا ۳ کاراکتر جدول زیر می باشد

علامت	شیوه خط	علامت	شیوه خط	علامت	رنگ
۰	نقطه	s	مربع	Y	زرد
o	دایره	d	لوزی	M	بنفش
*	علامت *	v	مثلث رو به بالا	O	فیروزه ای
+	علامت +	^	مثلث رو به	R	قرمز

			پایین		
-	خط توپر	<	مثلث رو به چپ	G	سبز
	خط چین	>	مثلث رو به راست	B	آبی
-.	ترکیب خط و نقطه	p	ستاره پنج پر	W	سفید
--	خط چین	b	ستاره شش پر	V	سیاه

مثال۳-۱۰. مطلوب است رسم توابع y=sin(۲x) و **z**=cos(x) که $۰ \le X \le ۲\pi$

```
>> x=linspace(۰,۲*pi,۳۰);

>> y=sin(۲*x);

>> z=cos(x);

>> plot(x,y,'m:h',x,z,'g:d')
```



اضافه کردن GRID ها و برچسب ها

دستور grid on خطوط شبکه را برای نمودار جاری فعال می سازد دستور grid off باعث غیر فعال شدن آن می گردد. چنانچه از دستور grid بدون هیچ آرگومانی استفاده کنید، اگر خطوط شبکه فعال باشد، پاک می شود و اگر فعال نباشد خطوط شبکه به نمودار اضافه می گردد بطور پیش فرض، هنگام شروع MATLAB ، حالت grid off فعال است.

توسط فرمان های x label و y label می توان محورهای افقی و عمودی را نام گذاری کرد. فرمان title نیز عنوانی را در بالای نمودار قرارمی دهد.

با فرمان text شما می توانید هر رشته متنی دیگر یا برچسبی را به محل خاصی در روی نمودار اضافه کنید. شکل این فرمان به صورت

>text(x,y,'string');

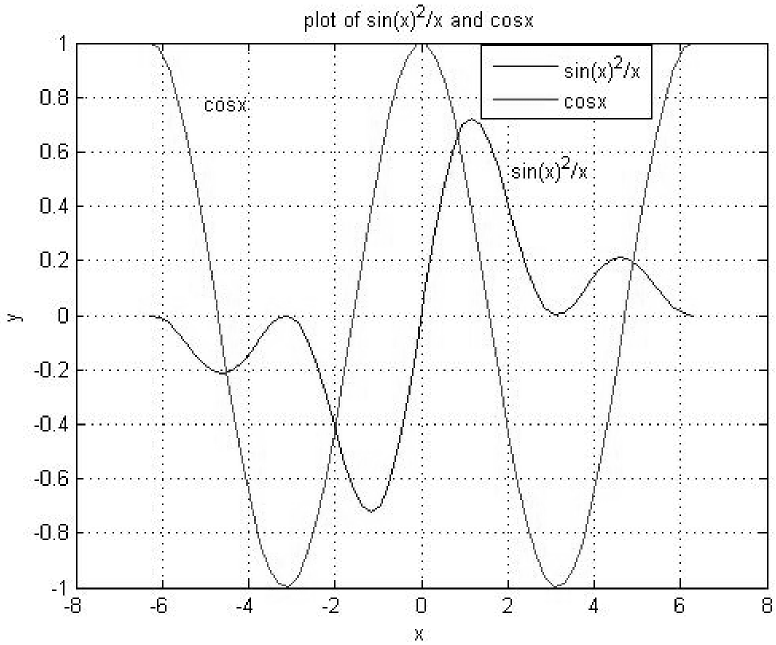
می باشد که (x , y) محل گوشه ای سمت چپ رشته متنی بر اساس مقیاس محور نمودار را نشان می دهد.

🖎 نکته : در صورتی که می خواهید یک برچسب اضا فه کنید ولی نمی خواهید از فرمت معمولی استفاده کنید می توانید یک رشته متنی را با ماوس قراردهید. با فرمان gtext به پنجره Figure جاری سوئیچ کرده و اشاره گر ماوس به شکل یک بعلاوه تبدیل می شود و منتظر کلیک کردن ماوس یا فشار دادن کلیدی می شود با انجام هر کدام از دو عمل، متن در آن محل قرار داده می شود.

مثال۳-۱۱. مطلوب است رسم نمودار توابع $z = Cos(x)$ و $Y = Sin (x)^{۲} / x$

که $-۲\pi \le X \le ۲\pi$

```
>>x = linspace (-۲*pi , ۲*pi , ۶۰) ;

>>y = sin (x) . ^۲ . / x ; z = cos(x)

>>plot (x , y , x ,z )

>>grid

>> x label ( ′ x ′ )

>> y label ( ′ y ′ )

>> title ( ′ plot of sin (x) ^ ۲ / x and cos(x) ′ )

>>gtext( ′ sin (x) ^ ۲ / x ′ )

>> gtext( ′ cos(x) ′ )
```



اضافه نمودن علائم راهنما

علاوه بر اضافه نمودن یک عنوان، برچسب ها و متن به نمودار، MATLAB تابع legend را ارائه می دهد که هر سری داده ها را با متن می شناساند. در صورتی که می خوا هید راهنما را جابجا کنید روی آن کلیک کرده و دکمه ماوس را نزدیک گوشه سمت چپ پایین راهنما فشار داده و آن را به محل مورد نظر منتقل کنید فرمان legend off فرمان راهنما را حذف می کند.

<<legend (' sin (x) ^ ۲ / x' ,' cos(x (' (

زیر نمودار ها

یک پنجره Figure می تواند بیش از یک مجموعه از محورهای مختصات را در خود نگه دارد دستور(subplot (m , n , p پنجره Figure جاری را به m*n ناحیه رسم نمودار تقسیم می کند و ناحیه p را به عنوان ناحیه فعال انتخاب می کند. زیر نمودارها به ترتیب از

چپ به راست و از بالا به پائین شماره گذاری می شود. زیر نمودار جاری تا زمانی فعال باقی می ماند که دستور subplot یا Figure بعدی را اجرا کنید.

پنجره های Figure

همان طور که مشاهده کردید با استفاده از فرمان subplot می توان چندین محور را در یک پنجره Figure قرارداد ایجاد چندین پنجره Figure نیز ممکن می باشد و می توان سری داده های مختلف را در هر کدام رسم کرد. فرمان figure در MATLAB پنجره Figure را ایجاد می کند.

تغییر زاویه دید

در MATLAB ، تابع view زاویه دید گرافیکی را برای نمودار های دو بعدی یا سه بعدی تغییر می دهد (view (az , el) زاویه دید را به سمت az و بلندی el تغییر می - دهد علاوه بر تابع view زاویه دید را می توان با استفاده از تابع rotate۳d و با ماوس تغییر داد اگر تابع rotate۳dرا بدون آرگومان اجرا کنید آنگاه اگر حالت استفاده از ماوس فعال باشد آن را غیر فعال و اگر غیرفعال باشد آن را فعال می کند.

نکته۱: برای ترسیم شکل همچنین می توان از نوار ابزار هم استفاده کرد چون هر تابعی را که بخواهیم رسم کنیم با متغیری در پنجره Command MATLAB نشان می دهیم این متغیر در پنجره Work Space ذخیره می شود هرگاه خواسته باشیم شکلی را با استفاده از نوار ابزار رسم کنیم به داخل پنجره Work Space رفته و آن متغیر را انتخاب می کنیم سپس ابزار ▼ فعال شده بر روی ابزار ▼ لیست تمام توابع ترسیم ظاهر شده ، با انتخاب هر کدام از توابع ترسیم خواهیم دید که برای آن متغیر خاص می توان اشکال مختلف را ایجاد کرد.

نکته۲: شکلهای ترسیم شده توسط MATLAB را می توان با کمک گزینه Export Setup در منوی File پنجره **Figure** به صورت فرمتهای تصویری استاندارد Windows نظیر bmp یا jpg ذخیره نمود. که ما در تهیه این متن از این گزینه استفاده کرده ایم

۳-۵-۲ جبر خطی

ماتریس

آرایه های دو بعدی مجموعه ای از اعداد هستند که توسط دو اندیس تعریف شده اند.

وارد کردن ماتریس در محیط MATLAB به سه طریق زیر ممکن است:

- وارد کردن ماتریس به طور صریح
- ساختن ماتریس توسط توابع MATLAB
- ساختن ماتریس با توابع تعریف شده توسط کاربر (M_فایل ها)

برای وارد کردن ماتریس به موارد زیر توجه کنید

- جدا کردن آرایه های هر سطر به وسیله فاصله و یا" ، "
- استفاده از";" یا زدن کلید Enter در آخر هر سطر
- استفاده از کروشه اطراف عدد

نکته: پس از وارد کردن ماتریس A و فشار دادن کلید Enter ماتریس در MATLAB Work Space که یکی از پنجره های نرم ا فزار MATLAB است ذخیره می شود.

مثال۳-۱۲. یک ماتریس بسازید

```
>> A=[۳ ۱ ۰;۱ -۱ ۱;۲ ۰ ۴]

A =

   ۳   ۱   ۰

   ۱  -۱   ۱

   ۲   ۰   ۴
```

>>A(m,n)	درایه سطر m ام و ستون n ام ماتریس A را نمایش می دهد

مثال۳-۱۳. سطر دوم و ستون سوم از ماتریس A را نمایش دهید:

```
>>A(۲,۳)

ans=

    ۱
```

>>size(A)	تعداد سطر و ستونهای ماتریس A را نشان می دهد

مثال۳-۱۴. تعداد سطرها و ستونهای ماتریس A را نمایش دهید:

```
>>size(A)

ans=

  ۳   ۳
```

>>[A B]	دو ماتریس را در کنار هم قرار می دهد

مثال۳-۱۵. برای ماتریس A و B دستور بالا را اجرا کنید:

$$B=\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -4 & -3 \\ 6 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

```
>>B=[۱ ۲ −۱; ۳ −٤ −۳ ; ٦ ٥ ۰];

>>[A B]

ans=
```

<table>
<tr><td colspan="2">۳ ۱ ۰ ۱ ۲ -۱

۱ -۱ ۱ ۳ -٤ -۳

۲ ۰ ٤ ٦ ۵ ۰</td></tr>
<tr><td>>>[A ; B]</td><td>ایجاد ماتریسی که سطر بالای آن ماتریس A و سطر پایین آن ماتریس B باشد</td></tr>
<tr><td colspan="2">مثال۳-۱۶. برای دو ماتریس A و B دستور بالا را اجرا کنید

>> [A;B]

ans =

۳ ۱ ۰

۱ -۱ ۱

۲ ۰ ٤

۱ ۲ -۱

۳ -٤ -۳

٦ ۵ ۰</td></tr>
</table>

- ساخت ماتریس

>> Z=zeros(۲,۳)	ساخت ماتریس صفر با m سطر و n ستون

مثال۳-۱۷. یک ماتریس صفر با دو سطر و دو ستون بسازید:

```
>> Z=zeros(۲,۳)

Z =

    ۰    ۰    ۰

    ۰    ۰    ۰
```

ساخت ماتریس یک باm سطر وn ستون	>> O=ones(m,n)

مثال۳-۱۸. یک ماتریس یک با ۳ سطر و ۵ ستون بسازید:

```
>> O=ones(۳,۵)

O =

    ۱    ۱    ۱    ۱    ۱

    ۱    ۱    ۱    ۱    ۱

    ۱    ۱    ۱    ۱    ۱
```

ساخت یک ماتریس همانی	>> E=eye(m,m)

مثال۳-۱۹. یک ماتریس همانی ۳*۳ بسازید:

```
>> E=eye(۳,۳)

E =
```

```
  ۱   ۰   ۰

  ۰   ۱   ۰

  ۰   ۰   ۱
```

ساخت یک ماتریس با آرایه ه‌ای تصادفی	**>> R=rand(m,n)**

مثال۳–۲۰. یک ماتریس تصادفی با ۳ سطر و ۷ ستون بسازید:

```
>> R=rand(۳,۷)

R =

 ۰.۹۵۰۱ ۰.٤۸٦۰ ۰.٤٥٦٥ ۰.٤٤٤۷ ۰.۹۲۱۸ ۰.٤۰٥۷ ۰.٤۱۰۳

 ۰.۲۳۱۱ ۰.۸۹۱۳ ۰.۰۱۸٥ ۰.٦۱٥٤ ۰.۷۳۸۲ ۰.۹۳٥٥ ۰.۸۹۳٦

 ۰.٦۰٦۸ ۰.۷٦۲۱ ۰.۸۲۱٤ ۰.۷۹۱۹ ۰.۱۷٦۳ ۰.۹۱٦۹ ۰.۰٥۷۹
```

– عملیات ماتریسی

سبب جمع ۲ یا چند ماتریس می شود (ماتریس ها باید دارای ستونها و سطرهای برابر باشند)	**+**

مثال۳–۲۱. دو ماتریس A و B را با هم جمع کنید

```
>> S=A+B

S =

   ٤   ۳   –۱
```

<table>
<tr><td colspan="2">
٤ −٥ −٢

٨ ٥ ٤
</td></tr>
<tr><td>دو یا چند ماتریس را از هم کم می کند</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2">
مثال۳-۲۲. دو ماتریس A و B را از هم کم کنید

>> D=A-B

D =

۲ −۱ ۱

−۲ ۳ ٤

−٤ −٥ ٤
</td></tr>
<tr><td>ماتریس مربعی را به توان می رساند</td><td>^</td></tr>
<tr><td colspan="2">
مثال۳-۲۳. توان دوم ماتریس A را حساب کنید

>> P=A^۲

P =

۱۰ ۲ ۱

٤ ۲ ۳

۱٤ ۲ ۱٦
</td></tr>
<tr><td>یک ماتریس m*n را در یک ماتریس m*p ضرب می کند و ماتریس جدید n*p می</td><td>*</td></tr>
</table>

سازد	

مثال۳-۲۴. ماتریس A را در B ضرب کنید

```
>> T=A*B
T =
   ٦   ٢  -٦
   ٤  ١١   ٢
  ٢٦  ٢٤  -٢
```

- توابع ماتریسی

دترمینان یک ماتریس را حساب می کند	>>det(A)

مثال۳-۲۵. دترمینان ماتریس A فوق را حساب کنید

```
>> R=det(A)
R =
  -١٤
```

در صورت وجود معکوس ماتریس را حساب می کند	>>inv(A)

مثال۳-۲۶. معکوس ماتریس A را حساب کنید

```
>> I=inv(A)
I =
```

۰.۲۸۵۷ ۰.۲۸۵۷ -۰.۰۷۱٤ ۰.۱٤۲۹ -۰.۸۵۷۱ ۰.۲۱٤۳ -۰.۱٤۲۹ -۰.۱٤۲۹ ۰.۲۸۵۷	
>>A'	ترانهاده یک ماتریس را نشان می دهد
مثال۳-۲۷. ترانهاده ماتریس A را حساب کنید **>> U=A'** **U =** ۳ ۱ ۲ ۱ -۱ ۰ ۰ ۱ ٤	
>>diag(A)	عناصر قطر اصلی را به صورت ستون در می آورد
>>sum(diag(A))	مجموع عناصر قطر اصلی را حساب می کند
>>sum(A')	مجموع هر سطر را حساب می کند
مثال۳-۲۸. مجموع عناصر قطر اصلی و مجموع هر سطر از ماتریس A فوق را حساب کنید **>> diag(A)** **ans =** ۳	

```
   -١

   ٤

>> sum(diag(A))

ans =

   ٦

>> sum(A')

ans =

   ٤   ١   ٦
```

بردارها و مقادیر ویژه

اگر A یک ماتریس n*n باشد، n عدد می توان به گونه ایی یافت که شرط Ax=λx را برآورده نماید به این اعداد مقادیر ویژه A و به بردارهای x متناظر، بردارهای ویژه می گویند.
اگر A ماتریسی حقیقی و متقارن باشد، مقادیر ویژه حقیقی خواهند بود. در صورتیکه A غیر متقارن باشد، مقادیر ویژه اغلب مختلط می باشد.

مقادیر ویژه را محاسبه می کند	>>eig(X)

مثال۳-۲۹. مقادیر ویژه ماتریس مقابل را حساب کنید

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[٢ ١ ١;٢ ٣ ٤;-١ -١ -٢];
```

<table>
<tr><td colspan="2">

```
>> eig(A)

ans =

  -١.٠٠٠٠

   ٣.٠٠٠٠

   ١.٠٠٠٠
```

</td></tr>
<tr><td>

```
>>[V,D]=eig(X)
```

</td><td>محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه(D ماتریس قطری شامل مقادیر ویژه – V ماتریسی شامل بردارهای ویژه)</td></tr>
<tr><td colspan="2">

مثال۳-۳۰. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس A فوق را حساب کنید

```
>> [V,D]=eig(A)

V =

   ٠.٠٠٠٠   ٠.٥٣٤٥  -٠.٧٠٧١

   ٠.٧٠٧١   ٠.٨٠١٨   ٠.٧٠٧١

  -٠.٧٠٧١  -٠.٢٦٧٣   ٠.٠٠٠٠

D =

  -١.٠٠٠٠        ٠        ٠

        ٠   ٣.٠٠٠٠        ٠

        ٠        ٠   ١.٠٠٠٠
```

</td></tr>
</table>

نرم و رتبه ماتریس

نرم یک ماتریس فاکتور مهم دیگری در جبر ماتریسی است که بیانگر بزرگی ماتریس است یک نرم ماتریسی بر مجموعه تمام ماتریس های n*n حقیقی یک تابع حقیقی مانند || || است.

انواع مختلفی از نرم ماتریسی وجود دارد:

بزرگترین مقدار منفرد ماتریس A را محاسبه می کند	**>>norm(A)**
نرم اول یا بزرگترین مجموع ستون های ماتریسA می کند	**>>norm(A,۱)**
مشابه نرم A است	**>>norm(A,۲)**
نرم بینهایت یا بزرگترین مجموع سطرهای ماتریس را محاسبه می کند	**>>norm(A,inf)**

مثال۳-۳۱. مطلوب است محاسبه انواع نرمها برای ماتریس زیر

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 5 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

>> A=[۱ ۲ -۱;۰ ۳ -۱;۵ -۱ ۱];

>> norm(A)

ans =

۵.۲۸۲٤

>> norm(A,۱)

ans =

```
   ٦

>> norm(A,٢)

ans =

   ٥.٢٨٢٤

>> norm(A,inf)

ans =

   ٧
```

- رتبه ماتریس

حداکثر تعداد سطرهای مستقل خطی ماتریس را رتبه ماتریس گویند.

محاسبه رتبه ماتریس A	**>>rank(A)**

مثال۳-۳۲. رتبه ماتریس زیر را محاسبه کنید

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[١ ٢ ٠ ٠;٢ ١ –١ ١;٥ ٤ –٢ ٢];

>> rank(A)

ans =

    ٢
```

عدد شرطی ماتریس

عدد شرط یک ماتریس نشان گر حساسیت جوابهای دستگاه معادلات خطی به تغییرات داده ها است. ضمناً بیانگر دقت نتایج حاصل از معکوس ماتریس و جوابهای دستگاه معادلات خطی نیز می باشد. برای بیان عدد شرط معمولاً از شکل لگاریتمی استفاده می کنند که نشان دهنده تعداد ارقام از بین رفته در خطای گرد کردن حل دستگاه به روش گوس است اگر عدد شرط به ۱ نزدیک باشد، ماتریس خوش وضع بوده و برای اعداد شرط نزدیک به صفر، ماتریس بد وضع خواهد بود.

تعیین عدد شرط ماتریس	>>cond(A)

مثال۳-۳۳. عدد شرط ماتریس زیر را محاسبه کنید

$$\begin{bmatrix} 3.3330 & 15920 & -10.3330 \\ 2.2220 & 16.7100 & 9.6120 \\ 1.5611 & 5.1791 & 1.6852 \end{bmatrix}$$

>> A=[۳.۳۳۳۰ ۱۵۹۲۰ -۱۰.۳۳۳۰;۲.۲۲۲۰ ۱٦.۷۱۰۰ ۹.٦۱۲۰;۱.٥٦۱۱ ٥.۱۷۹۱ ۱.٦۸٥۲];

>> cond(A)

ans =

۱.٤۲٤۱e+۰۰٤

نکته: یکی از عملگرهای مهم و پرکاربرد در ماتریسها عملگر دو نقطه (:) می باشد که کاربردهای مختلفی دارد:

شمارش اعداد با گامهای مختلف	**انتهای عدد : (گام شمارش) Step : ابتدای عدد>>**

مثال۳-۳۴.

```
>> -۵:۱:۲

ans =

   -۵   -٤   -۳   -۲   -۱    ۰    ۱    ۲
```

مجموع کل آرایه های یک ماتریس	>>sum(A(:))

مثال۳-۳۵.

```
>> A=[۱ ۳;۲ ۵];

>> sum(A(:))

ans =

   ۱۱
```

نشان دادن سطر m ام ماتریس	>>A(m,:)

مثال۳-۳۶.

```
>> A(۲,:)

ans =

    ۲    ۵
```

نشان دادن ستون n ام ماتریس	>>A(:,n)

مثال۳-۳۷.

>> A(:,۱) **ans =** **۱** **۲**	
نشان دادن سطر i ام تا k ام و یا ستون j ام تا l ام	**>>A(n:m , n:m)**

دستگاههای معادلات خطی

دستگاه معادلات خطی زیر را در نظر بگیرید:

$x_۱ + x_۲ + \quad ۳x_۴=۴$

$۲x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴=۱$

$۳x_۱ -x_۲ - x_۳ + ۲x_۴=-۳$

$-x_۱+ ۲x_۲+ ۳x_۳-x_۴=-۳$

اگر ضرایب متغیرهای x را با ماتریس A و جواب آنها را با ماتریس ستونی B در نظر بگیریم می توانیم با روشهای مختلف این دستگاه را حل کنیم که از جمله این روشها:

۱. قانون کرامر

۲. قانون گوس

۳. استفاده از معکوس ماتریس

البته متذکر می شویم که روش دوم (قانون گوس) از دو روش دیگر بهتر است چون

اولاً: نیاز به ضرب و تقسیم کمتری دارد

ثانیاً: دقت بیشتری در مسائل بزرگتر دارد.

- قانون کرامر

دستگاه معادلات زیر را در نظر بگیرید برای حل این دستگاه با قانون کرامر بایستی دترمینان را محاسبه کنیم پس ابتدا ضرایب متغیرهای x را به عنوان ماتریس A و جواب دستگاه معادلات را به عنوان ماتریس B وارد می کنیم .البته حل با این روش کارآمد نیست بخصوص اگر دستگاه دارای تعداد زیادی از معادلات باشد در ضمن اگر دترمینان ماتریس صفر باشد دستگاه جواب یکتا دارد.

مثال۳-۳۸. دستگاه زیر را به روش کرامر حل کنید.

$x_1-x_2+2x_3-x_4=-8$

$2x_1-2x_2+3x_3-3x_4=-20$

$x_1+x_2+x_3=-2$

$x_1-x_2+4x_3+3x_4=4$

```
>> A=[1 -1 2 -1;2 -2 3 -3;1 1 1 0;1 -1 4 3];

>> B=[-8;-20;-2;4];

>> det(A)

ans =

   4

>> D1=A;D1(:,1)=B;

>> D2=A;D2(:,2)=B;

>> D3=A;D3(:,3)=B;
```

```
>> D۴=A;D۴(:,۴)=B;

>> X=[det(D۱);det(D۲);det(D۳);det(D۴)]/det(A)

X =

  -۷

   ۳

   ۲

   ۲
```

- معکوس ماتریس

در این روش ابتدا معکوس A را که با دستور inv(A) بدست می آید حساب کرده و در ماتریس جواب ضرب می کنیم (ضرب ماتریسی)

$AX=B$

$X=A^{-۱}*B$

مثال۳-۳۹. جواب دستگاه زیر را به روش معکوس ماتریس بیابید:

$x_۱+۱/۲x_۲+۱/۳x_۳=۱۱/۱۶$

$۵x_۱+۱۰/۳x_۲+۵/۲x_۳=۶۵/۶$

$۱۰۰/۳x_{۱+}۲۵\ x_{۲+}۲۰\ x_۳=۲۳۵/۳$

```
>> A=[۱ ۱/۲ ۱/۳;۵ ۱۰/۳ ۵/۲;۱۰۰/۳ ۲۵/۲];
```

```
>> B=[۱۱/۶;۶۵/۶;۲۳۵/۳];

>> X=inv(A)*B

X =

  -۹.۳۱۲۵

  ۴۲.۲۵۰۰

 -۳۳.۳۷۵۰
```

- روش حذف گوس

در این روش الگوریتم و تابع استفاده شده (/) است این عملگر تقسیم دارای نقطه نیست و مربوط به عملیات ماتریسی می باشد نه عملیات آرایه ای.

مثال۳-۴۰. دستگاه زیر را به روش گوس حل کنید:

$$۶x_۱-۲x_۲+۲x_۳+۴x_۴=۱۲$$

$$۱۲x_۱-۸x_۲+۶x_۳+۱۰x_۴=۳۴$$

$$۳x_۱-۱۳x_۲+۹x_۳+۳x_۴=۲۷$$

$$-۶x_۱+۴x_۲+x_۳-۱۸x_۴=-۳۸$$

```
>> A=[۶ -۲ ۲ ۴;۱۲ -۸ ۶ ۱۰;۳ -۱۳ ۹ ۳;-۶ ۴ ۱ -۱۸];

>> B=[۱۲;۳۴;۲۷;-۳۸];

>> X=A\B

X =
```

```
  ۱.۰۰۰۰

 -۳.۰۰۰۰

 -۲.۰۰۰۰

  ۱.۰۰۰۰
```

نکته۱: اگر تعداد معادلات از مجهولات بیشتر باشد بهترین روش حل معادله استفاده از / یا \ می باشدکه بطور خودکار راه حلی با کمترین مربع را در A*x-b دارد پیدا می کند این راه حل را راه حل حداقل مربعات می نامند

مثال۳-۴۱. دستگاه معادلات زیر را حل کنید:

$x_۱+۲x_۲+۳x_۳=۳۶۶$

$۴x_۱+۵x_۲+۶x_۳=۸۰۴$

$۷x_۱+۸x_۲=۳۵۱$

$۲x_۱+۵x_۲+۸x_۳=۵۱۴$

```
>> A=[۱ ۲ ۳;۴ ۵ ۶;۷ ۸ ۰;۲ ۵ ۸];

>> B=[۳۶۶;۸۰۴;۳۵۱;۵۱۴];

>> X=A\B

X =

  ۲۴۷.۹۸۱۸
```

-۱۷۳.۱۰۹۱

۱۱۴.۹۲۷۳

>> res=A*X-B

res =

-۱۱۹.۴۵۴۵

۱۱.۹۴۵۵

۰.۰۰۰۰

۳۵.۸۳۶۴

نکته۲: اگرتعداد معادلات بیشتر از تعداد مجهولات با شد، بیشمار راه حل وجود خواهد داشت که ما به دو راه حل آن اشاره می کنیم.

۱. با استفاده از عملگر تقسیم راه حلی را بدست می آوریم که دارای حداکثر تعداد صفر در عناصر x می باشد.

۲. محاسبه x = Pin V(A)*b که طول یا نرم بدست آمده برای x در این روش کوچکترین نرم ممکن در میان جوابها می باشد این راه حل نرم حداقل نامیده می شود.

مثال۳-۴۲. دستگاه معادلات زیر را حل کنید

$x_۱ +۴x_۲+۷x_۳+۲x_۴ =۳۶۶$

$۲x_۱+۵x_۲+۸x_۳+۵x_۴ =۸۰۴$

$۳x_۱+۶x_۲+۸x_۴ =۳۵۱$

>> A=[۱ ۴ ۷ ۲;۲ ۵ ۸ ۵;۳ ۶ ۰ ۸];

```
>> B=[۳۶۶;۸۰۴;۳۵۱];
>> X=A\B
X =
     ۰
 -۱۶۵.۹۰۰۰
  ۹۹.۰۰۰۰
 ۱۶۸.۳۰۰۰
>> Xn=pinv(A)*B
Xn =
  ۳۰.۸۱۸۲
 -۱۶۸.۹۸۱۸
  ۹۹.۰۰۰۰
 ۱۵۹.۰۵۴۵
```

۳-۵-۳ تحقیق در عملیات

برنامه ریزی خطی

فرمت کلی یک مساله برنامه ریزی خطی به صورت زیر است.

$$\min f \quad s.t \quad A\,x \le b$$

$$Aeq\,x = beq$$

$$lb \le x \le ub$$

که درآن f،x،b،beq،lbوub برداروAوAeq ماتریس هستند.برای حل این مساله برنامه ریزی خطی از دستورlinprog به صورت زیر استفاده می شود

حل مساله برنامه ریزی خطی min f	>>x=linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub)

دقت شود که، اگر هر یک از ماتریسهای f،A،b،lb،ub و یا f،Aeq،beq،lb و ub موجود نباشد، بجای آن درتابع ازعلامت[] استفاده می کنیم.

مثال۳-۴۳. مساله برنامه ریزی خطی زیر را حل نمایید.

$$\min f = x_1 - 3x_2$$

$$\text{s.t} \quad -x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1 , x_2 \geq 0$$

```
>>f=[۱;-۳];

>>A=[-۱ ۲;۱ ۱];

>>b=[۶;۵];

>>lb=zeros(۲,۱);

>>x=linprog(f,A,b,[],[],lb)

Optimization terminated.

x=

        ۱.۳۳۳۳
```

۳.۶۶۶۷

دستور linprog دارای چهارگزینه خاص است،که هر یک از این گزینه ها مقادیری خاص را محاسبه می کند شکل کلی تابعlinprog به همراه گزینه های خاص آن به صورت زیراست.

(x,fval,exitflag,outpot]=linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub]>>

هر یک ازاین گزینه ها مقادیرخاص زیر را محاسبه می کند.برای دیدن مقدار هر گزینه، کافی است در مقابل اعلان MATLAB نام گزینه را تایپ کنیم.

- xجواب بهینه رابصورت یک ماتریس ۱*nنمایش می دهد
- fvalمقدارتابع هدف رامحاسبه می نماید
- xitflagبانمایش مقداراین گزینه خاص،ممکن است سه مقداربرگردانده شود.اگرمقداربرگردانده شده مثبت باشد،مساله دارای جواب بوده وجواب آن توسط MATLABمحاسبه شده است.اگرمقداربرگردانده شده صفرویامقداری منفی باشد،مساله دارای جواب نبوده و MATLABنتوانسته برای آن جوابی محاسبه کند
- outpot این گزینه خاص شامل دو بخش است.پس ازنمایش آن گزینه های زیرظاهر می شوند.

  iterations که تعداد دفعات تکراررانشان می دهد.

  algorithm الگوریتم استفاده شده در مساله رابیان می کند

مثال۳-۴۴. مساله برنامه ریزی خطی زیرراحل کنید.

$$minf = -۳x_۱-۴x_۲ -۲x_۳-x_۴-۳x_۵ - ۴x_۶$$

$$s.t \quad ۲x_۱ + x_۲+x_۳+x_۴+x_۵ =۴$$

$$x_۱ + x_۲-۲x_۳+۲x_۴+x_۶= ۵/۲$$

$x_j \geq ۰$ j=۱, … ,۶

```
>>f=[-۳;-۴;-۲;-۱;-۳;-۴];

>> Aeq=[۲ ۱ ۱ ۱ ۱ ۰;۱ ۱ -۲ ۲ ۰ ۱];

>> beq=[۴;۲.۵];

>>lb=zeros(۶,۱);

>>[x, fval,exitflag,outpot]=linprog(f,[],[],Aeq,beq,lb]

Optimization terminated.

x=
        ۰.۰۰۰۰
        ۰.۰۰۰۰
        ۴.۰۰۰۰
        ۰.۰۰۰۰
        ۰.۰۰۰۰
        ۱۰.۵۰۰۰

fval=

          -۵۰.۰۰۰۰

exitflag=

          ۱

outpot=

    iterations: ۶t
```

algorithm: 'large-scale: interior point'

برنامه ریزی صفرویک

فرمت کلی یک مسئله برنامه ریزی صفر ویک به صورت زیر است:

min f s.t $Ax \le b$

$Aeq\ x = beq$

که در آن f, x, b, beq بردار و A و Aeq ماتریس هستند.

جواب x ایجاب می کند که یک بردار صحیح دودویی باشد یعنی درایه های آن می توانند تنها مقادیر صفر یا یک را اختیار نمایند.

برای حل این مساله برنامه ریزی صفر و یک از دستور bintprog به صورت زیر استفاده می شود:

حل مساله برنامه ریزی صفر و یک min f	`>>[x,fval]=bintprog(f,A,b,Aeq,beq)`

مثال۳-۴۵. مساله برنامه ریزی صفر و یک زیر را حل نمائید.

$minf=۳x_۱+۲x_۲+۵x_۳+۲x_۴+۳x_۵$

$s.t\ -x_۱-x_۲+x_۳+۲x_۴-x_۵\le۱$

$-۷x_۱+۳x_۳-۴x_۴-۳x_۵\le-۲$

$۱۱x_۱-۶x_۲-۳x_۴-۳x_۵\le-۱$

$x_j=۰$ یا ۱ $j=۱, \dots ,۵$

```
>>f=[۳;۲;۵;۲;۳];

>> A=[-۱ -۱ ۱ ۲ -۱;-۷ ۰ ۳ -۴ -۳;۱۱ -۶ ۰ -۳ -۳];

>> b=[۱;-۲;-۱];

>>[x,fval]=bintprog(f,A,b)

Optimization terminated.
x=
        ۰
        ۰
        ۰
        ۰
        ۱
fval=

        ۳
```

۳-۵-۴ چند جمله ایها

MATLAB دارای چندین دستور ساده برای کار با چندجمله ای ها است که اساس کار این توابع، بردارها است می توان با تایپ دستور help poly Fun این توابع را مشاهده کرد

چند جمله ای $f(x) = a_۱x^n + a_۲x^{n-۱} + a_۳x^{n-۲} + a_۴x^{n-۳} + ... + a_nx + a_{n+۱}$ یک چند جمله ای بر حسب x است که درجه آن n، بزرگترین توان x در این چند جمله ای است و a_i ضرایب چند جمله ای نامیده می- شود. توجه شود متغیرهایی که ضریب آنها صفر می باشد نیز می

بایست نوشته شود تا زمانی که مشخص نکرده اید، MATLAB نمی تواند تشخیص دهد که کدام متغیر صفر می باشد.

نمایش چند جمله ای بر اساس ضرایب با ترتیب نزولی	>>coeff[a۱ a۲ … an an+۱]

مثال۳-۴۶. چند جمله ای $x^{۳}+۳x^{۲}+۵x+۱$ را نشان دهید

```
>> coeff=[۱ ۳ ۵ ۱]

coeff =

   ۱   ۳   ۵   ۱
```

ریشه چندجمله ایها

از آنجایی که در MATLAB چند جمله ای ها و ریشه های آنها هر دو بردار هستند MATLAB به طور قراردادی چند جمله ای ها را در بردار سطری و ریشه های آن را در بردار ستونی قرار می دهد.

ریشه چند جمله ای p را محاسبه می کند	>>roots(p)

مثال۳-۴۷. ریشه های چند جمله ای $F(x)=۳x^{۳}-x^{۲}-x-۴$ را بدست آورید.

```
>> P=[۳ -۱ -۱ -۴];

>> r=roots(P)

r =

  ۱.۳۳۳۳

 -۰.۵۰۰۰ + ۰.۸۶۶۰i
```

-۰.۵۰۰۰ - ۰.۸۶۶۰i

بدست آوردن ضرایب چند جمله ای از ریشه های آن

محاسبه ضرایب چند جمله ای از طریق ریشه های آن	>> poly(r)

مثال۳-۴۸. ضرایب چند جمله ای زیر را بدست آورید.

$X^{۳}+۱/۴x^{۲}+۱/۲x+۳/۴$

```
>> P=[۱ ۱/۴ ۱/۲ ۳/۴];
>> r=roots(P)
r =
  ۰.۲۷۴۵ + ۰.۹۲۹۱i
  ۰.۲۷۴۵ - ۰.۹۲۹۱i
 -۰.۷۹۹۰
>> T=poly(r)
T =
    ۱.۰۰۰۰    ۰.۲۵۰۰    ۰.۵۰۰۰    ۰.۷۵۰۰
```

رسم چند جمله ای ها

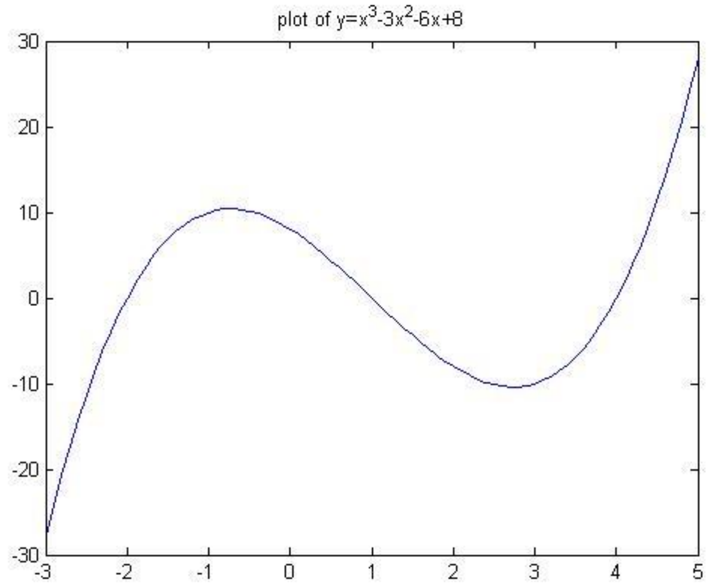
برای ترسیم توابع با وارد کردن ضرایب چند جمله ای، شروع می کنیم سپس ریشه های چند جمله -ای ها را بدست آورده و دامنه ای از x را که صفرهای y را پوشش می دهد

تعریف می کنیم مقادیر y در هر نقطه ای از آرایه x با تابع polyval محاسبه می شود این تابع را با دو آرگومان فراخوانی می کنیم و نمودار بدست می آید.

مثال۳-۴۹. مطلوب است رسم تابع زیر

$x^۳-۳x^۲-۶x+۸$

```
>> p=[۱ -۳ -۶ ۸];
>> roots (p)
ans =
   ۴.۰۰۰۰
  -۲.۰۰۰۰
   ۱.۰۰۰۰
>> x=-۳:۰.۱:۵;
>> y=polyval(p,x);
>> plot(x,y)
>> title('plot of y=x^۳-۳x^۲-۶x+۸')
```



عملیات روی چندجمله ایی ها

- جمع

برای جمع چند جمله ای ها، دو بردار مربوط به ضرایب دو چند جمله ای را با هم جمع می کنیم در صورت یکسان نبودن درجه دو چند جمله ای به چند جمله ای با درجه کمتر صفر اضافه می کنیم.

مثال۳-۵۰. چند جمله ای های **f(x)** و **g(x)** را با هم جمع کنید.

f(x)=۹x^۳-۵x^۲+۳x+۷

g(x)=۶x^۲-۲x+۲

>> f=[۹ -۵ ۳ ۷];

```
>> g=[۶ -۲ ۲];

>> g=[۰ g];

>> h=f+g

h =

    ۹   ۱   ۱   ۹
```

- ضرب

برای انجام ضرب چند جمله ای ها از تابع conv استفاده می شود که باعث تلفیق دو آرایه می گردد در ضمن برای ضرب یک عدد در چند جمله ای از ضرب یک عدد در ماتریس استفاده می شود.

دو چند جمله ای f و g را در هم ضرب می کند	>> conv(f,g)

مثال۳-۵۱. مطلوب است ضرب چند جمله ای های f و g و همچنین ضرب عدد ۶ در تابع g .

$f(x)=x^۵+۴x^۴+x^۳+۵x^۲+x+۲$

$g(x)=x^۲+x+۱$

```
>> f=[۱ ۴ ۱ ۵ ۱ ۲];

>> g=[۱ ۱ ۱];

>> h=conv(f,g)

h =
```

```
   ۱   ۵   ۶  ۱۰   ۷   ۸   ۳   ۲

>> ۶*f

ans =

    ۶   ۲۴   ۶   ۳۰   ۶   ۱۲
```

- تقسیم

در بسیاری از موارد مجبور می شوید تا یک چند جمله ای را به چند چندجمله ای دیگر تقسیم کنید در MATLAB این کار را می توان با استفاده از تابع deconv انجام داد:

تقسیم چند جمله ای f بر g (آرایه Q شامل ضرایب چند جمله ای خارج قسمت و R شامل ضرایب چند جمله ای باقی مانده می باشد)	>>[Q,R]=deconv(f,g)

مثال۳-۵۲. مطلوب است تعیین خارج قسمت و باقی مانده تقسیم h(x)/f(x) که h(x)=f(x).g(x)، f و g توابع مثال قبل می باشند.

```
>> f=[۵ -۲ ۳ ۴ -۱];

>> g=[۱ ۲];

>> h=conv(f,g);

>> [Q,R]=deconv(h,f)

Q =

   ۱   ۲

R =
```

۰ ۰ ۰ ۰ ۰ ۰

- **مشتق و انتگرال**

مشتق چند جمله ای f را محاسبه می کند	>> polyder(f)
انتگرال چند جمله ای f را محاسبه می کند	**>>polyint(h)**

مثال۳-۵۳. مطلوب است مشتق و انتگرال چند جمله ای زیر

G(x)=x۴-۵/۲x۳+۵/۲x۲-۵/۲x+۳/۲

```
>> g=[۱ -۵/۲ ۵/۲ -۵/۲ ۳/۲];

>> h=polyder(g)

h =

   ۴.۰۰۰۰  -۷.۵۰۰۰   ۵.۰۰۰۰  -۲.۵۰۰۰

>> polyint(h)

ans =

   ۱.۰۰۰۰  -۲.۵۰۰۰   ۲.۵۰۰۰  -۲.۵۰۰۰       ۰
```

۳-۵-۴ اعداد مختلط

یکی از قوی ترین ویژگی های MATLAB عدم نیاز به ایجاد کنترل های خاصی روی اعداد مختلط می باشد برای نمایش اعداد مختلط در MATLAB واحدهای i و j به عنوان واحد

های مختلف تعریف شده اند و برای نمایش قسمت موهومی عدد مختلط از آنها استفاده می شود حرف **j** نیز شبیه **i** بوده و مقدار ۱-√ را دارا می باشد اعداد مختلط را در MATLAB به شکل a+bi می توان وارد نمود توجه داشته باشید که MATLAB همیشه در پاسخ از نماد **i** استفاده می کند حتی اگر نماد **j** را وارد کرده باشید.

مثال۳-۵۴.

```
>> Z۱=۲-۳i

Z۱ =

   ۲.۰۰۰۰ - ۳.۰۰۰۰i
```

عملیات روی اعداد مختلط

عملگرهای ریاضی مربوط به تعریف اعداد مختلط همانند عملگرهای ریاضی روی اعداد حقیقی نوشته می شود، معمولاً عملگرهایی که روی اعداد مختلط اعمال می شوند، اعداد مختلط ایجاد می کنند.

دو عدد مختلط را با هم جمع می کند	**>>Z۱+Z۲**
دو عدد مختلط را از هم کم می کند	**>>Z۱-Z۲**
دو عدد مختلط را در هم ضرب می کند	**>>Z۱*Z۲**
یک عدد مختلط را بر دیگری تقسیم می کند	**>>Z۱/Z۲**
یک عدد مختلط را به توان می رساند	**>>Z۱^۲**
مزدوج عدد مختلط را بر می گرداند	**>>cong(Z۱)**

قسمت حقیقی عدد مختلط را بر می گرداند	**>>real (Z۱)**
قسمت موهومی عدد مختلط را می گرداند	**>>imag(Z۱)**
اندازه یا مقدار عدد مختلط را محاسبه می کند	**>>abs(Z۱)**
اندازه زاویه عدد مختلط را بر حسب رادیان محاسبه می کند	**>>angle(Z۱)**

مثال۳-۵۵. توابع جدول فوق را برای دو عدد مختلط زیر بدست آورید.

Z۱=۲+۳i

Z۲=-۳+i

```
>> Z1=۲+۳i

Z1 =

  ۲.۰۰۰۰ + ۳.۰۰۰۰i

>> Z۲=-۳+i

Z۲ =

 -۳.۰۰۰۰ + ۱.۰۰۰۰i

>> Z۱+Z۲

ans =

 -۱.۰۰۰۰ + ۴.۰۰۰۰i
```

```
>> Z۱-Z۲

ans =

  ۵.۰۰۰۰ + ۲.۰۰۰۰i

>> Z۱*Z۲

ans =

 -۹.۰۰۰۰ - ۷.۰۰۰۰i

>> Z۱/Z۲

ans =  -۰.۳۰۰۰ - ۱.۱۰۰۰i

>> bar_Z۱=conj(Z۱)

bar_Z۱ =   ۲.۰۰۰۰ - ۳.۰۰۰۰i

>> real_Z۱=real(Z۱)

real_Z۱ =    ۲

>> imag_Z۱=imag(Z۱)

imag_Z۱ =    ۳

>> mag_Z۱=abs(Z۱)

mag_Z۱ =    ۳.۶۰۵۶

>> angle_Z۱=angle(Z۱)

angle_Z۱ =    ۰.۹۸۲۸
```

ترسیم یک عدد مختلط

اعداد مختلط را می توان به صورت نقاطی در پلان مختلط نمایش داد برای این کار بخش حقیقی و موهومی عدد را جدا می کنیم و آنها را در مقابل هم ترسیم می کنیم.

```
>>a=real(z۱);

>>b=imag(z۱);

>>plot(a,b,'*')

>>xlabel('Real')

>>ylabel('Imag einary')

>>title('z۱=a+bi')
```

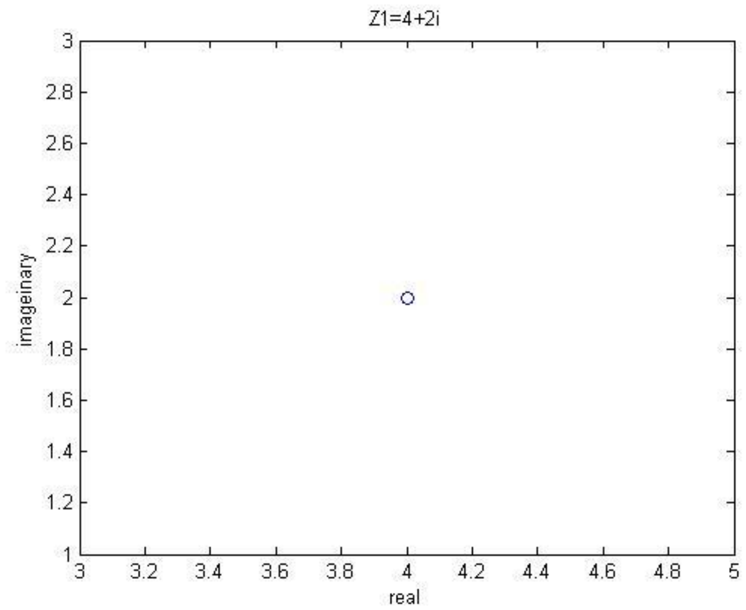
در نمایش هندسی، می توان عدد مختلط را به صورت یک بردار دو بعدی نمایش داد که محور افقی آن بخش حقیقی و محور عمودی آن بخش موهومی می باشد اگر این عمل را روی تنها یک عدد انجام دهیم ، می توانیم از تابع compass در MATLAB برای بدست آوردن نمودار چنین برداری استفاده کنیم

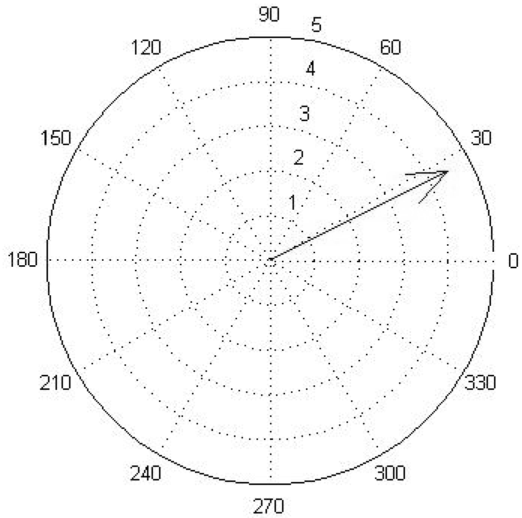
مثال۳-۵۶. مطلوب است رسم عدد مختلط زیر

$z_۱ = ۴ + ۲i$

```
>> Z۱=۴+۲i;

>> a=real(Z۱);

>> b=imag(Z۱);

>> plot(a,b,'o')
```

```
>> xlabel('real')
>> ylabel('imageinary')
>> title('Z۱=۴+۲i')
>> figure
>> compass(Z۱)
```





۳-۵-۵ درون یابی

درون یابی بعنوان روشی از تخمین مقادیر یک تابع با بدست آوردن یکسری از نقاط داده ای تعریف می شود درونیابی ابزاری است که هنگام نبودن امکان محاسبه سریع تابع در نقاط میانی مورد نظر بکار برده می شود.

شاید ساده ترین مثال از دورنیابی ، نمودارهای MATLAB باشد. بطور پیش فرض،MATLAB خطوط راستی را برای انتقال نقاط داده ای مورد استفاده برای ایجاد نمودار ترسیم می کند. این درونیابی خطی، نقاط میانی را حدس می زند که خط راست بین نقاط داده ای قرار می گیرد. مطمئناً با افزایش نقاط داده ای و کاهش فاصله بین آنها ، درون یابی خطی دقیق تر می شود.

روشهای زیادی برای درونیابی وجود دارد. ضمناً درونیابی در بیش از یک بعد ممکن است، باشد در صورتی که داده های موجود، یک تابع دو متغیره را مشخص کنند (z=f(x,y))، می توان مقادیر y،x را برای بدست آوردن مقادیر میانی z درونیابی کرد. MATLAB تعدادی از گزینه های درونیابی در تابع یک بعدی interp۱ وتابع دو بعدی interp۲را ارائه داده است.این توابع بطور پیش فرض درونیابی را بطور خطی انجام می دهند.

تابع درونیابی یک بعدی که x متغیر مستقل، y متغیر وابسته و x˙ آرایه ای است از مقادیر که باید درون یابی شود	>> interp۱(x,y, x˙)

برای تشریح درونیابی یک بعدی مساله زیر را در نظر بگیرید:

مثال۳-۵۷. دمای خروجی ، هر یک ساعت یکبار در مدت ۱۲ساعت اندازه گیری شده است که دماهای اندازه گیری شده به ترتیب ساعت داده شده است مطلوب است محاسبه دما در ساعتهای ۳/۵ ، ۶/۵ ، ۷/۱ ، ۱۱/۷

۵ ۸ ۹ ۱۵ ۲۵ ۲۹ ۳۱ ۳۰ ۲۲ ۲۵ ۲۷ ۲۴

```
>> hours=۱:۱۲;

>> temps=[۵ ۸ ۹ ۱۵ ۲۵ ۲۹ ۳۱ ۳۰ ۲۲ ۲۵ ۲۷ ۲۴];

>> t=interp۱(hours,temps,۹.۳)

t =

  ۲۲.۹۰۰۰

>> t=interp۱(hours,temps,[۳.۵ ۶.۵ ۷.۱ ۱۱.۷])

t =

  ۱۲.۰۰۰۰   ۳۰.۰۰۰۰   ۳۰.۹۰۰۰   ۲۴.۹۰۰۰
```

به جای فرض کردن خط مستقیم برای اتصال نقاط داده ای، می توان چندین منحنی را برای ترسیم منحنی مناسب نقاط داده ای در نظر گرفت. عمومی ترین فرض ، یک چند جمله ای درجه سوم مورد استفاده برای مدل سازی هر تکه ای بین نقاط داده ای متوالی می باشد و دو مشتق اول هر چند درجه سوم روی نقاط داده ای قرار می گیرد. این نوع اتصال نقاط (درونیابی) مارپیچ های[۷] درجه سوم یا دقیقاً مارپیچ ها نامیده می شود.

تابع interp۱ نیز درونیابی اسپلاین را انجام می دهد.

---

۷ .spline

مثال۳-۵۸. درونیابی اسپلاین برای مثال قبل

>> t=interp۱(hours,temps,۹.۳,'spline')

t = ۲۱.۸۵۷۷

>> t=interp۱(hours,temps,[۳.۵ ۶.۵ ۷.۱ ۱۱.۷],'spline')

t = ۱۱.۱٦۵۸ ۳۰.۰٤۲۷ ۳۱.۱۷٥٥ ۲٥.۳۸۲۰

توجه کنید که پاسخ درونیابی اسپلاین با پاسخ های درونیابی خطی متفاوت می باشد یکی از عمومی ترین کاربردهای درونیابی اسپلاین، نزدیک به هم بودن داده ها می باشد برای بدست آوردن یکسری از داده ها در فاصله کم از درونیابی اسپلاین استفاده می شود .

تذکر:در تابع interp۱ دو محدودیت وجود دارد اولین محدودیت این است که نمی توان برای نتایج خارج ازمحدوده متغیر مستقل سوال کرد دومین محدودیت عبارت است از اینکه متغیر مستقل بایستی یکنواخت باشد یعنی همیشه بایستی افزایشی یا کاهشی باشد .

درونیابی دو بعدی نیز بر اساس همان نظریات وقوانین درونیابی یک بعدی است ولی همان طوری که از نام آن پیدا است ، درونیابی دو بعدی توابع دو متغیره (z=f(x,y را درونیابی می کند.

درونیابی دو بعدی پیچیده و مشکل تر از یک بعدی می باشد شکل کامل تابع interp۲ به صورت (interp۲(x,y,z,xi,yi,method می باشد دراین جا y،x دو متغیر مستقل بوده وz یک ماتریس متغیر وابسته می باشد رابطه بین y،x با z عبارتست از

z(i , :) = f(x،y(i))

z(:,j)=f(x(j),z(:,j))

با توجه به عبارات فوق می توان دریافت که با تغییر i،x امین سطر از z با iامین عنصر از y یعنی (y(i مرتبط شده و با تغییر j ،y امین ستون از z با j امین عنصر از xیعنی(x(j مرتبط می شوند xj آرایه ای از درونیابی مقادیر در طول محور x بوده و yi آرایه ای از درونیابی مقادیر در طول محور y می باشد پارامتر انتخابی method می تواند یکی از روشهای ، cubic،linear یا nearest باشد .در این حالت ، cubic به معنی اسپلایین درجه

سوم نیست بلکه الگوریتم دیگری با استفاده از چندجمله ای های درجه سوم می باشد. روش linear درونیابی خطی مورد استفاده برای اتصال نقاط داده ای روی نمودارها می باشد. روش nearest به سادگی نقطه داده ای ناهموار نزدیک به یک نقطه تخمینی را انتخاب می کند در تمام موارد، متغیرهای مستقلx و y فضای خطی و یکنواخت فرض شده اند.

برای تشریح درونیابی دو بعدی مثال زیر را در نظر بگیرید:

مثال۳-۵۹. شخصی در یک آزمایشگاه ساخت مایکرویو کار می کند و نیاز به اندازه گیری نقاط مختلف صفحه ماکرویو دارد تا توزیع یکنواخت دما را محاسبه کند او برای این کار صفحه فلزی را به طور مسطح قرار داده و آن را به دو قسمت مساوی در عرض وچهار قسمت مساوی در طول تقسیم کرده و نقاط تلاقی این خطوط را با در نظر گرفتن ۵ * ۳ نقطه به عنوان نقاط اندازه گیری دما در نظر گرفته است.

داده های حاصل از این نوع اندازه گیری به ترتیب زیر می باشد:

۸۲ ۸۱ ۸۰ ۸۲ ۸۴;۷۹ ۶۳ ۶۱ ۶۵ ۸۱;۸۴ ۸۴ ۸۲ ۸۵ ۸۶

```
>> width=۱:۵;

>> depth=۱:۳;

>> temps=[۸۲ ۸۱ ۸۰ ۸۲ ۸۴;۷۹ ۶۳ ۶۱ ۶۵ ۸۱;۸۴ ۸۴ ۸۲ ۸۵ ۸۶]

temps =

   ۸۲   ۸۱   ۸۰   ۸۲   ۸۴

   ۷۹   ۶۳   ۶۱   ۶۵   ۸۱

   ۸۴   ۸۴   ۸۲   ۸۵   ۸۶

>> wi=۱:۰.۲:۵;

>> d=۲;
```

```
>> zlinear=interp۲(width,depth,temps,wi,d)

zlinear =

  Columns ۱ through ۱۲

۷۹.۰۰۰۰  ۷۵.۸۰۰۰  ۷۲.۶۰۰۰  ۶۹.۴۰۰۰  ۶۶.۲۰۰۰  ۶۳.۰۰۰۰  ۶۲.۶۰۰۰  ۶۲.۲۰۰۰
۶۱.۸۰۰۰  ۶۱.۴۰۰۰  ۶۱.۰۰۰۰  ۶۱.۸۰۰۰

  Columns ۱۳ through ۲۱

۶۲.۶۰۰۰  ۶۳.۴۰۰۰  ۶۴.۲۰۰۰  ۶۵.۰۰۰۰  ۶۸.۲۰۰۰  ۷۱.۴۰۰۰  ۷۴.۶۰۰۰  ۷۷.۸۰۰۰
۸۱.۰۰۰۰

>> zcubic=interp۲(width,depth,temps,wi,d,'cubic')

zcubic =

  Columns ۱ through ۱۲

۷۹.۰۰۰۰  ۷۴.۶۸۰۰  ۷۰.۹۲۰۰  ۶۷.۷۲۰۰  ۶۵.۰۸۰۰  ۶۳.۰۰۰۰  ۶۱.۶۰۸۰  ۶۰.۹۰۴۰
۶۰.۶۹۶۰  ۶۰.۷۹۲۰  ۶۱.۰۰۰۰  ۶۱.۲۲۴۰

  Columns ۱۳ through ۲۱

۶۱.۵۹۲۰  ۶۲.۲۴۸۰  ۶۳.۳۳۶۰  ۶۵.۰۰۰۰  ۶۷.۲۴۰۰  ۶۹.۹۶۰۰  ۷۳.۱۶۰۰  ۷۶.۸۴۰۰
۸۱.۰۰۰۰
```

منابع

۱. رفسنجانی صادقی م.، رمضانی م.، نرم افزار برای علوم و مهندسی، د انشگاه هرمزگان ۱۳۷۷.

۲. سنجرانی پور م. ، آموزش نرم افزار ریاضیات – داده پردازی، دانشگاه سیستان وبلوچستان ۱۳۸۷

۳. رفسنجانی صادقی م.، رمضانی م.، کاربرد ۵.۰ Maple برای علوم و مهندسی ، دانش نگار ۱۳۸۱

۴. عرفانیان ا. ، فرخی ل. ، نرم افزار Maple۹.۰ ، دانشگاه فردوسی ۱۳۸۴

۵. شریعتی م.، مس فروش م.ع. (روبرت ب.اسرائیل) ریاضیات به کمک ۸.۰ Maple ، پازینه ۱۳۸۳

۶. داژ ر. ، آیت م. ۶.۱ MATLAB

۷. غیوری ا. ه.(دوان هانسلمن ،بروس لیتل فیلد) راهنمای جامع MATLAB۶.۰ ،نشر علوم روز ۱۳۸۰

۸. جباریه ع.، فلاح م.، MATLAB۶.۵

۹. خادم ف.، نرم افزار ریاضی و آمار ، جهان نو ۱۳۸۲

۱۰. فکور یکتا ع.، خود آموز نرم افزارMATLAB، جهاد دانشگاهی مشهد۱۳۷۷